



A Capacitated P-Hub Location-Allocation Problem Based on Service Type (A case study: I.R.I. National Post Company)

Negin Esmaelpour ^a, Mohammad Mahdi Nasiri ^{b*}

^a Department of Industrial Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran.

^b Department of Industrial Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran.

Original Article

Use your device to scan and read the article online



Citation: Esmaelpour N, Nasiri M M. A Capacitated P-Hub Location-Allocation Problem Based on Service Type (A case study: I.R.I. National Post Company). *Industrial Innovations*. 2023;1(1)39-51.

 <https://doi.org/10.52547/JII.1.1.39>

KEYWORDS

Location,
Hub location-allocation,
problem,
Service type.

ABSTRACT

This paper introduces a special type of hub location-allocation problem for a real case study. Due to the fact that hub facilities usually have limited capacity, the problem will be studied in the capacitated mode. In addition, Due to the fact that service is typically provided to customers in different ways and studying this issue can help solve the problem in the real world, the model is designed based on the service type. According to the studies conducted, this issue has not been investigated in previous studies. The problem has been investigated based on a case study of the postal delivery system of the Islamic Republic of Iran National Post Company. In this study, a mathematical model is proposed according to the characteristics of this system. Also, the exact solution method using the CPLEX solver has been used to solve the presented model. Based on the calculation results and comparison with the existing conditions, the presented model is effective in dealing with the hub network design issues of the I.R.I. post company and leads to a reduction in costs compared to the current system.

Extended Abstract

1. Introduction

In today's industrial world, production units try to reduce their costs by properly locating. The hub location problem is a type of location problems, in which the location of hub facilities is determined. Hubs are considered as special facilities in distribution systems where the goods or information provided from several origins are collected there and then go to another hub or destination. In the hub location-allocation problem, the location of hubs and the allocation of nodes to hubs is determined. These problems have different applications in areas such as postal systems, packaging, delivery of parcels, emergency delivery, telecommunication, and airlines. The purpose of this study is to present an efficient model for a specific type of hub location -allocation problem that considers the assumptions of a real-world example and can minimize total costs despite real-world limitations.

2. Modeling and formulation

In this section, the mathematical formulation of a capacitated p-hub location-allocation problem based on service type is presented with considering the conditions of a case study carried out in the Islamic Republic of Iran Post Company. The model is as follows:

* Corresponding author.

E-mail address: mmnasiri@ut.ac.ir

DOI: <https://doi.org/10.52547/JII.1.1.39>

Received: July 27, 2022; Received in revised form: October 29, 2022; Accepted: December 08, 2022.

Article Type: Research Paper

©Author



$$\text{Min } \sum_i \sum_j \sum_k \sum_l \sum_r w_{ijr} C_{ijkl} X_{ijkl} + \sum_k F_k Y_k \tag{1}$$

$$\text{s.to } \sum_k \sum_l X_{ijkl} = 1 \quad \forall i, j \in N \tag{1}$$

$$Z_{ik} \leq Y_k \quad \forall i, k \in N \tag{2}$$

$$\sum_j \sum_l \sum_r (w_{ijr} X_{ijkl} + w_{jir} X_{jikl}) = (O_i + D_i) Z_{ik} \quad \forall i, k \in N \tag{3}$$

$$\sum_i O_i Z_{ik} \leq Cap_k Y_k \quad \forall k \in N \tag{4}$$

$$0 \leq X_{ijkl} \leq 1 \quad \forall i, j, k, l \in N \tag{5}$$

$$Z_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i, k \in N \tag{6}$$

$$Y_k \in \{0,1\} \quad \forall k \in N \tag{7}$$

3. Implementation of the model and analysis

In this section, the calculation results of the model are presented using GAMS software. The results obtained are without gaps. Also, the calculation results of the model for 10, 15, 20, 25, 31 nodes are summarized in Table 1. The four columns of the table correspond to the number of the problem, the number of nodes, the optimal value of the objective function, and solution time.

Table 1 The results for different number of nodes

Problem Number	Number of nodes	Objective Function (100 million)	Solution time(sec)
1	10	1.930719	2
2	15	2.148813	9
3	20	2.391772	28
4	25	2.63474	69
5	31	2.925885	128

Based on the pre-determined number of hub nodes, the results obtained from the implementation of the mathematical model, Tehran, Tabriz, Mashhad, Ahvaz, Shiraz, Isfahan and Kerman provinces were designated as postal hub centers.

In order to validate the presented model, the model was run based on the current locations of the hub nodes in the Post Company. Results are reported in Table 2. Problem No. 1 shows the results of the presented model in this study, and Problem No. 2 shows the results of the problem based on the current hub locations in the Post Company. As can be seen, by using the mathematical model described in this paper, the cost of the system has been reduced.

Table 2 Results to validate the presented model

Problem Number	Number of nodes	Objective Function (100 million)	Solution time(sec)
1	31	2.925885	128
2	31	2.931802	119

4. Conclusion

The purpose of this study is to present a mathematical model for the capacitated p-hub location allocation problem based on the service type, in which a real example can be implemented and the results can be compared to the actual situation and analyzed. It should be noted that this research can be a starting point for those interested in this topic to investigate this system in more detail. One of the relevant research areas is the development of models and solution methods for multi-objective situations. Also, this problem can be generalized to other applications such as online stores, airports, and telecommunication systems.

5. Acknowledgments

It is necessary to express our gratitude to the officials of I.R.I. Post Company, for their cooperation in helping to know the Post Company and obtaining valuable information about the postal hub network, and providing some quantitative data to declare the direction of the mathematical implementation model of the real world.



مسئله مکان‌یابی-تخصیص p-هاب ظرفیت‌دار مبتنی بر نوع خدمت (مطالعه‌ی موردی: شرکت پست ج.ا.ا.)

نگین اسماعیل‌پور^{الف}، محمدمهدی نصیری خونساری^{ب*}

^{الف} دانشجوی دکتری دانشکده مهندسی صنایع، دانشکده‌گان فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران، negin.esmaelpour@ut.ac.ir

^ب دانشیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشکده‌گان فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران، mmnasiri@ut.ac.ir

چکیده	واژگان کلیدی
در این مقاله، نوع خاصی از مسئله‌ی مکان‌یابی-تخصیص هاب برای یک مطالعه‌ی موردی واقعی معرفی شده است. با توجه به اینکه معمولاً تسهیلات هاب ظرفیت محدودی دارند، مسئله در حالت ظرفیت‌دار بررسی می‌شود. همچنین، از آنجایی که معمولاً خدمات به روش‌های مختلفی به مشتریان ارائه می‌شود و مطالعه‌ی این موضوع به حل مسئله در دنیای واقعی کمک می‌کند، مدل مسئله براساس نوع خدمت طراحی شده است. براساس مطالعات انجام شده، این موضوع در مطالعات پیشین مورد بررسی قرار نگرفته است. این مسئله بر اساس یک مطالعه‌ی موردی در سیستم هاب پستی شرکت ملی پست جمهوری اسلامی ایران بررسی شده است. در این مطالعه یک مدل ریاضی با توجه به ویژگی‌های این سیستم پیشنهاد شده است. همچنین برای حل مدل ارائه شده از روش حل دقیق با استفاده از حل‌کننده‌ی CPLEX استفاده شده است. بر اساس محاسبات انجام شده و مقایسه با شرایط موجود، مدل ریاضی ارائه شده در برخورد با مسائل طراحی شبکه‌ی هاب شرکت پست ج.ا.ا. مؤثر است و منجر به کاهش هزینه‌ها نسبت به سیستم فعلی می‌شود.	مکان‌یابی، مسئله‌ی مکان‌یابی-تخصیص هاب، نوع خدمت.
	تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۵/۰۵
	تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۰۸/۰۷
	تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۹/۱۷

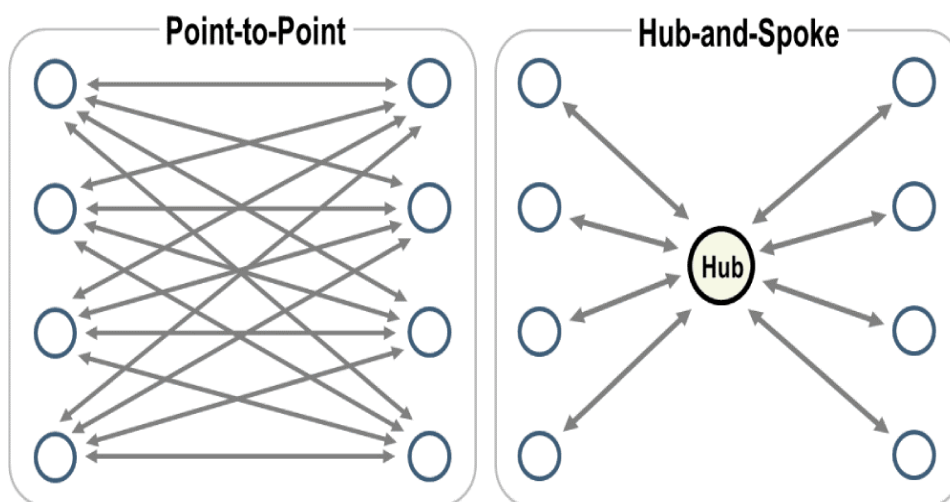
۱- مقدمه

در دنیای صنعتی امروز واحدهای تولیدی سعی دارند با مکان‌یابی مناسب هزینه‌های خود را کاهش دهند. یکی از انواع مسائل مکان‌یابی، مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات هاب است که در آن مکان تسهیلات هاب تعیین می‌گردد. هاب‌ها بعنوان تسهیلات ویژه‌ای در سیستم‌های توزیع در نظر گرفته می‌شوند که کالا یا اطلاعات فراهم شده از چندین منبع در آنجا جمع شده و سپس به سوی هاب دیگر یا مقصد می‌روند. در واقع در این مسائل فرض بر این است که کالاها یا خدمات از طریق هاب‌ها از مبدأ به مقصد می‌روند تا تقاضای گره‌ها را برآورده سازند. یک نمونه از شبکه‌ی ساده‌ی اتصال مستقیم و شبکه‌ی اتصال با هاب در شکل ۱ نشان داده شده است، همانطور که در شکل مشخص است، لینک‌های ارسال به طور قابل توجهی کاهش می‌یابند و این مسئله می‌تواند باعث کاهش زمان، مسافت و هزینه شود.

در مسئله‌ی مکان‌یابی-تخصیص هاب، در مورد مکان هاب‌ها و تخصیص گره‌ها به هاب‌ها با اهدافی از قبیل کمینه‌سازی هزینه تصمیم گرفته می‌شود. این نوع مسائل در زمینه‌هایی از قبیل ارائه‌ی خدمات و کالاهای پستی، بسته‌بندی، تحویل کالا در شرایط اضطراری، سیستم‌های مخابراتی و شرکت‌های هوایی کاربرد دارند. هدف از این مطالعه، ارائه‌ی مدلی کارا برای نوع

* نویسنده مسئول؛

خاصی از مسئله‌ی مکان‌یابی-تخصیص هاب می‌باشد که با فرضیات یک نمونه در دنیای واقعی تطابق داشته و بتواند هزینه‌ها را با وجود محدودیت‌های دنیای واقعی حداقل کند. در این تحقیق نوع خاصی از مسئله‌ی مکان‌یابی-تخصیص هاب بررسی می‌شود. با توجه به این‌که معمولاً تسهیلات هاب دارای ظرفیت هستند، مسئله در حالت ظرفیت‌دار بررسی شده است. همچنین با توجه به اینکه در مطالعه‌ی موردی انجام شده، انواع مختلفی از خدمات به مشتریان ارائه می‌شود و بررسی این موضوع، می‌تواند به حل مسئله در دنیای واقعی کمک کند، مسئله مبتنی بر نوع خدمت مدل شده است. یکی از کاربردهای این مسئله در شرکت پست جمهوری اسلامی ایران است که معمولاً انواع خدمات پستی ارائه می‌شود. در این مطالعه، مسئله‌ی تحقیق بر پایه‌ی مطالعه‌ی موردی انجام شده بر روی این سیستم ارائه می‌شود.



شکل ۱ مقایسه‌ی شبکه‌ی توزیع معمولی و شبکه‌ی هاب

در خصوص تعریف‌های اساسی مسائل مکان‌یابی هاب، طبقه‌بندی مدل‌های ریاضی و روش‌های حل می‌توان به کمپبل و همکاران [۱] مراجعه کرد. در سال ۱۹۶۴، حکیمی [۲] اولین مقاله را در زمینه‌ی بهینه‌سازی گره که مشابه با مفاهیم HLP است، منتشر کرد. ایده‌ی مسائل مکان‌یابی هاب در سال ۱۹۶۹ توسط گلدمن [۳] ارائه شد. سپس ته و هیگینز [۴] به‌عنوان اولین تحقیق مرتبط، در مورد کاربرد شبکه‌های مکان‌یابی هاب در خطوط هوایی و صنعت حمل‌ونقل هوایی بحث کردند. اولین مقالات در زمینه‌ی HLP، ارائه‌ی اولین فرمول ریاضی و روش حل، توسط اُکلی [۵] و [۶] منتشر گردید. پس از آن، در طی سال‌های اخیر، مقالات زیادی با روند افزایشی قابل توجهی منتشر شدند. تمرکز مقالات در اواخر دهه‌ی ۱۹۸۰ بر الگوسازی، در دهه‌ی ۱۹۹۰ بر بهینه‌سازی و مدل‌سازی و نهایتاً در سال‌های اخیر بر مدل‌های پیشرفته و روش‌های حل بوده است.

در رابطه با مهم‌ترین مطالعات اولیه در زمینه‌ی مسائل مکان‌یابی هاب، O'Kelly اولین فرمول ریاضی درجه دوم را برای HLP توسعه داد [۷] و [۸]. بعدها، کمپبل فرمول‌های ریاضی متعددی را برای HLP پیشنهاد کرد [۹] و [۱۰]. علاوه بر این آیکین و کلینچویچ نیز نقش مهمی در این زمینه داشتند [۱۱-۱۴]. همچنین کلینچویچ [۱۵] و برایان و اُکلی [۱۶] برنامه‌های HLP را به ترتیب در صنایع ارتباط از راه دور و حمل‌ونقل هوایی بررسی کردند. آلمور و کارا [۱۷] مقالاتی را که در مورد مسائل مکان‌یابی هاب تا سال ۲۰۰۷ منتشر شده بود، مورد بررسی و طبقه‌بندی قرار دادند. همچنین کمپبل و اُکلی [۱۸] درباره‌ی انگیزه‌های HLP و همچنین برخی از کاستی‌ها در این زمینه بحث کردند. فراهانی و همکاران [۱۹] نیز روش‌های حل و کاربردهای مسائل مکان‌یابی هاب را مورد مطالعه قرار دادند. برای بررسی مطالعات اخیر می‌توان به مطالعه‌ی انجام شده توسط کنتراس و اُکلی [۲۰] و کنتراس [۲۱] مراجعه کرد. ارنست و کریشنامورتی [۲۲] رویکردی کارا برای مسائل مکان‌یابی

هاب ظرفیت‌دار با تخصیص منفرد ارائه کردند. ایشان الگوریتم‌های ابتکاری خوبی بر پایه‌ی SA^۱ و RDH^۲ توسعه دادند. این الگوریتم‌ها روی داده‌های مربوط به کاربرد این مسئله در شبکه‌های تحویل پستی آزمایش شدند. ایشاق و ساکس [۲۳]، مسئله‌ی مکان‌یابی-تخصیص هاب را در شبکه‌های لجستیک بین وجهی مورد مطالعه قرار دادند و برای حل مسائل سائز بزرگ (۱۰۰ گره) از الگوریتم فراابتکاری Tabu Search استفاده کردند. نتایج به دست آمده با حدود پایین تنگ توسعه داده شده با استفاده از رویکرد آزادسازی لاگرانژ، مورد مقایسه قرار گرفت. قدرت‌نما و همکاران [۲۴]، سه مدل ریاضی با توابع هدف مختلف برای مسئله‌ی مکان‌یابی هاب ظرفیت‌دار با تخصیص منفرد ارائه دادند. با توجه به غیرقطعی بودن پارامترها، از روش‌های برنامه‌ریزی آرمانی چندهدفه فازی (FMOGP) و روش ترابی و حسنی (TH) برای حل مدل ریاضی چندهدفه استفاده شد. رشیدی و همکاران [۲۵]، یک مسئله‌ی مکان‌یابی-تخصیص هاب بین وجهی چندهدفه مدل کردند که در آن مبدأ و مقصد بعنوان سیستم صف M/M/m مدل شده‌اند، یک مسئله‌ی سائز کوچک برای اعتبارسنجی مدل پیشنهادی با استفاده از نرم‌افزار گمز حل شد و برای حل مسائل در مقیاس بزرگ یک الگوریتم MOIWO ارائه شد. همچنین قدرت‌نما و همکاران [۲۶] مدل مسائل مکان‌یابی-تخصیص هاب را با در نظرگیری ازدحام و با هدف توسعه‌ی برنامه‌های تولید بهینه در شهرک‌های صنعتی ارائه دادند. علاوه بر این قدرت‌نما و همکاران [۲۷] یک مدل مکان‌یابی-تخصیص هاب را با در نظرگیری ازدحام و زمانبندی تولید توسعه دادند. هدف اصلی این مطالعه کمینه کردن مجموع هزینه‌ها و مجموع زمان‌های انتظار برای کالاهای در حال پردازش در کارخانه‌ها و انبارهاست. با توجه به غیرقطعی بودن مدل و پیچیدگی نمایی رویکرد پیشنهادی، تعدادی از مسائل سائز کوچک و متوسط حل شده‌اند. ماهاراجان و هانائوکا [۲۸] یک مدل مکان‌یابی-تخصیص چندهدفه برای تهیه و توزیع امداد در شرایط عدم قطعیت توسعه دادند. مختارزاده و همکاران [۲۹] برای حل مسئله‌ی مکان‌یابی-تخصیص هاب، یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح آمیخته چندهدفه توسعه دادند، ایشان برای حل مدل پیشنهادی چهار الگوریتم فراابتکاری به کار گرفتند. همچنین یک مطالعه‌ی موردی در ایران را مورد بررسی قرار دادند. ربانی و همکاران [۳۰] برای حل مسائل مکان‌یابی-تخصیص p-هاب یک رویکرد برنامه‌ریزی محدودیت و ترکیبی از الگوریتم‌های ژنتیک و k-mean برای تولید جواب‌های اولیه ژنتیک ارائه کردند. نتایج محاسباتی حاکی از برتر بودن الگوریتم ترکیبی (KGO) از نظر زمان، مقدار هدف و کیفیت مقادیر جواب است.

۲- مدل‌سازی و فرمول‌بندی ریاضی

در این بخش، فرمول‌بندی ریاضی مسئله‌ی مکان‌یابی-تخصیص p-هاب ظرفیت‌دار مبتنی بر نوع خدمت با هدف تطبیق مدل پیشنهادی با شرایط مطالعه‌ی موردی انجام شده در شرکت پست جمهوری اسلامی ایران ارائه می‌گردد. در ادامه، ابتدا تعریف مسئله و مفروضات آن در بخش ۲-۱ معرفی می‌شوند. در بخش ۲-۲ نمادهای مدل ریاضی شامل مجموعه‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم معرفی شده و فرمول‌بندی ریاضی مسئله ارائه می‌شود.

۲-۱- تعریف مسئله

در یک گراف متشکل از تعدادی گره که باید مقادیر مشخص جریان بین گره‌ها انتقال یابد، با هدف کمینه‌کردن کل هزینه‌ها، تعداد مشخصی از این گره‌ها بعنوان تسهیلات هاب تعیین می‌شوند. همچنین تقاضا بین جفت گره‌های مبدأ و مقصد به نحوی مسیریابی می‌شود که امکان ارسال از طریق یک یا دو تسهیل هاب با ظرفیت محدود وجود داشته باشد. همچنین امکان ارسال مستقیم بین گره‌های غیرهاب نیز وجود دارد. به این ترتیب می‌توان مسئله‌ی مکان‌یابی-تخصیص p-هاب ظرفیت‌دار مبتنی بر نوع خدمت را تعریف نمود به طوری که مکان تسهیلات هاب، طراحی شبکه‌ی انتقال جریان بین گره‌ها با وجود محدودیت‌های موجود و با هدف کمینه کردن هزینه‌ی کل تعیین گردد. مفروضات اصلی مسئله به شرح زیر تعیین می‌گردند:

- مکان مشتریان، جریان‌ها و مسافت آن‌ها، هزینه‌های ثابت باز کردن هاب‌ها و سایر پارامترهای مورد نیاز داده شده‌اند.

^۱ Simulated Annealing

^۲ Random Descent

- هزینه‌های ایجاد لینک‌های هاب، لینک‌های اسپوک و مستقیم متقارن است.
- هر گره می‌تواند بصورت بالقوه یک هاب باشد.
- تعداد هاب‌ها مشخص در نظر گرفته شده است. (تعداد پیشنهادی شرکت پست ج.ا.ا).
- اتصالات مستقیم بین گره‌های غیرهاب مجاز است.
- برای استفاده از لینک‌های هاب در شبکه از فاکتور تخفیف استفاده می‌شود.
- ارتباط مستقیم بین دو نقطه باعث سفر بدون توقف بین آن‌ها می‌شود.

۲-۲- فرمول‌بندی ریاضی

۲-۲-۱- نمادهای ریاضی:

مجموعه‌ها:

N ← مجموعه‌ی گره‌های مشخص شده با i, j, k, m

r ← نوع خدمت مورد نظر مشتری

پارامترها:

γ ← فاکتور تخفیف هزینه برای لینک‌های بین گره مبدأ و هاب ($0 \leq \gamma \leq 1$)

α ← فاکتور تخفیف هزینه برای لینک‌های بین گره‌های هاب ($0 \leq \alpha \leq 1$)

δ ← فاکتور تخفیف هزینه برای لینک‌های بین گره هاب و مقصد ($0 \leq \alpha \leq 1$)

P ← تعداد هاب‌های از پیش تعیین شده

F_k ← هزینه‌ی متوسط ثابت سالیانه‌ی ایجاد یک هاب در گره k

Cap_k ← ظرفیت هاب k

C_{ijkl} ← هزینه‌ی مسیریابی هر واحد جریان از گره‌های i به j از طریق هاب‌های k و l

d_{ik} ← هزینه‌ی سالیانه‌ی ارسال هر واحد جریان از گره مبدأ i به هاب k

d_{kl} ← هزینه‌ی سالیانه‌ی ارسال هر واحد جریان بین هاب‌های k و l

d_{lj} ← هزینه‌ی سالیانه‌ی ارسال هر واحد جریان بین گره هاب l و مقصد j

w_{ijr} ← مقدار متوسط جریان روزانه نوع r که بین گره‌های i و j منتقل می‌شود.

متغیرهای تصمیم:

X_{ijkl} ← درصدی از جریان که توسط هاب‌های k و l از گره i به j می‌روند.

$$Z_{ij} \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ اگر } i \text{ متصل و مستقیماً به هاب مستقرشده در گره } j \text{ تخصیص یابد.} \\ 0 \text{ در غیر اینصورت} \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ اگر گره } k \text{ بعنوان هاب انتخاب شود.} \\ 0 \text{ در غیر اینصورت} \end{array} \right\} Y_k$$

۲-۲-۲- فرمول‌بندی ریاضی:

$$\text{Min} \quad \sum_i \sum_j \sum_k \sum_l \sum_r w_{ijr} C_{ijkl} X_{ijkl} + \sum_k F_k Y_k \quad (1)$$

$$\text{s.to} \quad \sum_k \sum_l X_{ijkl} = 1 \quad \forall i, j \in N \quad (2)$$

$$Z_{ik} \leq Y_k \quad \forall i, k \in N \quad (3)$$

$$\sum_j \sum_l \sum_r (w_{ijr} X_{ijkl} + w_{jir} X_{jikl}) = (O_i + D_i) Z_{ik} \quad \forall i, k \in N \quad (4)$$

$$\sum_i O_i Z_{ik} \leq \text{Cap}_k Y_k \quad \forall k \in N \quad (5)$$

$$0 \leq X_{ijkl} \leq 1 \quad \forall i, j, k, l \in N \quad (6)$$

$$Z_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i, k \in N \quad (7)$$

$$Y_k \in \{0,1\} \quad \forall k \in N \quad (8)$$

تابع هدف (۱)، هزینه‌ی کل را حداقل می‌کند که این هزینه شامل هزینه‌های تحویل و تأسیس مراکز هاب می‌باشد. محدودیت (۲) بیان می‌کند که کل تقاضا باید برآورد شود. محدودیت (۳) نشان می‌دهد که زمانی گره i می‌تواند به هاب k تخصیص یابد که گره k بعنوان هاب انتخاب شده باشد. محدودیت (۴)، محدودیت مربوط به نگهداری جریان است. محدودیت (۵) نیز تضمین می‌کند که جریان ارسال شده به هاب k بیشتر از ظرفیت گره هاب k نباشد. محدودیت‌های (۶)-(۷) نیز دامنه‌ی متغیرها را مشخص می‌کنند. با توجه به اینکه مجموع مقادیر متغیر X_{ijkl} برابر یک می‌باشد، بنابراین محدودیت (۶) را می‌توان بصورت محدودیت (۹) نوشت:

$$X_{ijkl} \geq 0 \quad \forall i, j, k, l \in N \quad (9)$$

همچنین O_i و D_i که جهت ساده‌سازی نمادها در مدل استفاده شده‌اند، به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$O_i = \sum_{j \in N} W_{ij} \quad D_i = \sum_{j \in N} W_{ji}$$

علاوه بر این، C_{ijkl} به عنوان هزینه‌ی مسیریابی یک واحد جریان در طول مسیر به صورت رابطه‌ی زیر تعریف می‌شود:

$$C_{ijkl} = \gamma d_{ik} + \alpha d_{kl} + \delta d_{ij}$$

۳- اجرای مدل و تجزیه و تحلیل

در بخش دوم، مدل ریاضی مسئله‌ی مکان‌یابی-تخصیص p-هاب ظرفیت‌دار مبتنی بر نوع خدمت ارائه شد. با توجه به خصوصیات ویژه‌ی این مسئله براساس شرایط دنیای واقعی، نتایج حل این مسئله از اهمیت بالایی برخوردار است. در این بخش، آزمایش‌های محاسباتی و نتایج آنها با هدف تحلیل عملکرد مدل ارائه می‌شود. در ادامه، ابتدا داده‌های به کار گرفته شده برای حل مسئله تشریح می‌شوند. آنگاه نتایج اجرای ارائه شده مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد.

۳-۱- آماده‌سازی داده‌ها

مهم‌ترین مسائل نمونه‌ی مطرح در زمینه‌ی مسائل مکان‌یابی تسهیلات هاب شامل مسائل نمونه‌ی CAB و AP هستند. در مسائل نمونه‌ی CAB اطلاعات واقعی مربوط به حمل‌ونقل هوایی بین ۲۵ شهر ایالات متحده طبق آمارهای سال ۱۹۷۰ وجود دارد. این مسئله دارای اطلاعاتی مربوط به مسافت بین گره‌های شبکه، ترافیک، زمان سفر و هزینه‌های کلی مسیریابی است. دسته‌ی دوم مسائل نمونه، مسائل نمونه‌ی AP هستند که بر طبق اطلاعات شرکت پست استرالیا در ۲۰۰ نقطه‌ی مبادلاتی در شهر سیدنی ایجاد شده‌اند. این مسائل نمونه دارای اطلاعات مربوط به مسافت بین گره‌های شبکه، ترافیک، هزینه‌ی ثابت تأسیس تسهیلات هاب و ظرفیت تسهیلات هاب هستند. با توجه به اینکه مسئله‌ی تحقیق حاضر براساس نوع خدمت بررسی شده است و برخی از پارامترهای مورد نیاز مسئله مبتنی بر نوع خدمت هستند و این موضوع در مسائل نمونه‌ی CAB و AP مطرح نشده است، در این تحقیق، براساس مطالعه‌ی موردی انجام شده، از داده‌های واقعی شرکت پست ج.ا.ا. استفاده شده است. بر این اساس ترافیک ارسالی بین استان‌های کشور ایران مبتنی بر انواع خدماتی که ارائه می‌شود، از شرکت پست ج.ا.ا. دریافت شده است. جهت تعیین متوسط مقدار جریان روزانه، مقادیر جریان‌های ارسالی در چندروز با ترافیک عادی و چند روز پرترافیک دریافت شده و از میانگین این مقادیر استفاده شده است. با توجه به اینکه امکان دسترسی به برخی از داده‌های مورد نیاز از جمله هزینه‌ی ثابت وجود ندارد، نحوه‌ی دسترسی به این داده‌ها در ادامه تشریح می‌گردد. هزینه‌ی ثابت طبق مطالعه‌ی کریمی و همکاران [۳۱] در نظر گرفته شده است. براین اساس $F_k = 2.5 \times 10^7$ در نظر گرفته شده است. جریان‌ها براساس نوع خدمت، متوسط ترافیک ارسالی روزانه در شرکت پست ج.ا.ا. است. همچنین پارامتر مسافت بین استان‌ها از Google Map استخراج شده است. تعداد تسهیلات هاب نیز به پیشنهاد کارشناس شرکت پست ج.ا.ا.، ۷ عدد در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که مدل روی سروری با مشخصات پردازنده‌ی اینتل 2.13GHz و Ram=4Gig اجرا شده است و برای حل مسئله از نرم‌افزار بهینه‌سازی گمز (GAMS) نسخه‌ی 25.1.2 و حل‌کننده‌ی CPLEX استفاده شده است.

۳-۲- اجرای مدل

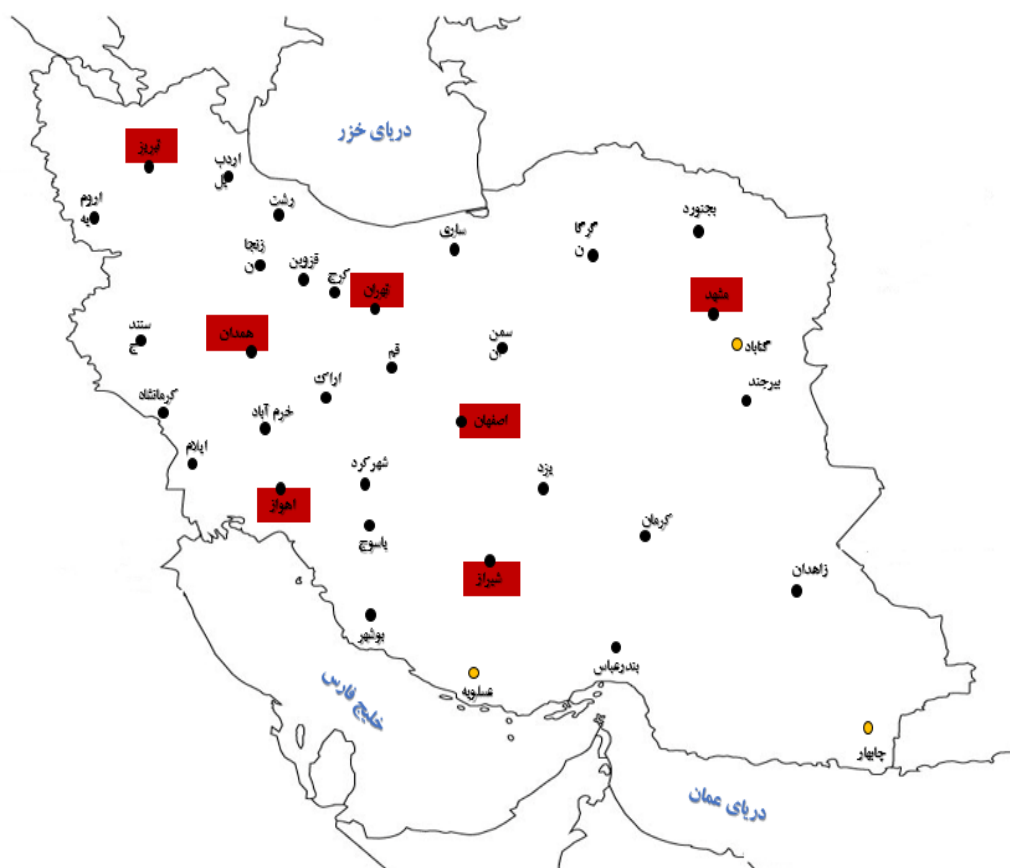
در این بخش نتایج محاسباتی مدل ارائه شده در بخش دوم با استفاده از نرم‌افزار گمز ارائه می‌شود. نتایج به دست آمده بدون شکاف هستند. همچنین نتایج محاسباتی مدل برای تعداد گره‌های ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵ و تعداد کل گره‌ها که ۳۱ می‌باشد، در جدول (۱) خلاصه شده است. چهار ستون جدول به ترتیب مربوط به شماره‌ی مسئله، تعداد گره‌ها، مقدار بهینه‌ی تابع هدف و زمان حل مسئله است.

جدول ۱ نتایج اجرای مدل مسئله برای مقادیر مختلف تعداد گره‌ها

شماره‌ی مسئله	تعداد گره	تابع هدف (صد میلیون)	زمان حل (ثانیه)
۱	۱۰	۱/۹۳۰۷۱۹	۲
۲	۱۵	۲/۱۴۸۸۱۳	۹
۳	۲۰	۲/۳۹۱۷۷۲	۲۸
۴	۲۵	۲/۶۳۴۴۷۴	۶۹
۵	۳۱	۲/۹۲۵۸۸۵	۱۲۸

۳-۳- نتایج مربوط به مکان‌یابی هاب

براساس تعداد از پیش تعیین‌شده‌ی مراکز هاب براساس نظر کارشناس شرکت پست ج.ا.ا.، که هفت عدد در نظر گرفته شد، و نتایج به دست آمده از اجرای مدل ریاضی استان‌های تهران، تبریز، مشهد، اهواز، شیراز، اصفهان و کرمان بعنوان مراکز هاب پستی تعیین گردید (شکل ۲)، این درحالیست که در شرایط کنونی، استان‌های تهران، تبریز، مشهد، اهواز، شیراز و همدان بعنوان مراکز هاب پستی زمینی مورد استفاده قرار می‌گیرند. ایجاد هاب در شش استان تهران، تبریز، مشهد، اهواز، شیراز و اصفهان براساس نتایج مدل که هم‌اکنون نیز بعنوان مراکز هاب مورد استفاده قرار می‌گیرند و براساس تدبیرات شرکت پست ایجاد شده است، بیانگر نتایج قابل قبول مدل مسئله است. علاوه بر این جهت اطمینان از درستی عملکرد جواب به دست‌آمده از مدل ریاضی مسئله‌ی تحقیق و اعتبارسنجی، مدل را براساس وضعیت کنونی مراکز هاب در شرکت پست اجرا کرده و نتایج به دست‌آمده در جدول ۲ بیان شده است. مسئله‌ی شماره‌ی ۱ نتایج حاصل از اجرای مدل تحقیق است و مسئله‌ی شماره‌ی ۲ نتایج مسئله با ثابت کردن مکان‌های تسهیلات هاب بر اساس وضعیت فعلی آن‌ها در شرکت پست می‌باشد. همانگونه که مشاهده می‌شود، با بکارگیری مدل ریاضی ارائه‌شده در این تحقیق و مکان‌یابی هاب حاصل از آن، هزینه‌ی سیستم کاهش یافته‌است.



شکل ۲ مراکز هاب پستی تعیین شده توسط مدل ریاضی

جدول ۲ نتایج اجرای مدل جهت اعتبارسنجی مدل ارائه شده

شماره‌ی مسئله	تعداد گره	تابع هدف (صد میلیون)	زمان حل (ثانیه)
۱	۳۱	۲/۹۲۵۸۸۵	۱۲۸
۲	۳۱	۲/۹۳۱۸۰۲	۱۱۹

۴- نتیجه‌گیری

هدف اصلی این مطالعه ارائه‌ی یک مدل ریاضی برای مسئله‌ی مکان‌یابی-تخصیص p-هاب ظرفیت‌دار مبتنی بر نوع خدمت است که بتوان یک نمونه‌ی واقعی را در آن پیاده‌سازی کرد و نتایج به دست آمده را در شرایط واقعی مسئله تحلیل کرد. با توجه به کاربرد مسائل مکان‌یابی هاب در سیستم‌های تحویل پستی و اهمیت مکان‌یابی و تخصیص گره‌ها، این مسئله براساس انواع خدماتی که به مشتریان ارائه می‌شود، مدل شده و با استفاده از داده‌های واقعی شرکت پست ج.ا.ا. اجرا شده و در نهایت براساس نتایج به دست آمده از اجرای مدل، مقایسه با شرایط موجود انجام شده و کارایی مدل ارائه شده اثبات می‌شود. در حالت کلی با توجه به اینکه طبق اطلاعات گرفته شده از شرکت پست، بررسی مسئله‌ی مکان‌یابی هاب در سیستم هاب پستی کشور براساس مدلسازی ریاضی و مسائل تحقیق در عملیات انجام نشده است، بررسی این موضوع در دنیای واقعی تحقیق جدیدی است که خوشبختانه نتایج مورد قبول و قابل بررسی از آن به دست آمد. لازم به ذکر است که این تحقیق می‌تواند نقطه‌ی شروعی برای علاقه‌مندان به این موضوع جهت بررسی دقیق‌تر و با جزئیات بیشتر این سیستم باشد. بعنوان مثال با توجه به اینکه در این تحقیق، مدل مسئله به صورت تک‌هدفه مورد بررسی قرار گرفته است و این در حالیست که در بسیاری از مسائل دنیای واقعی، تصمیم‌گیرندگان مجبور به در نظرگیری چندین هدف هستند. از جمله‌ی این اهداف می‌توان به مینیمم کردن هزینه، حداکثرسازی پوشش، ماکزیمم کردن سود و کاهش اثرات زیست‌محیطی اشاره نمود. از این‌رو، یکی از زمینه‌های تحقیقاتی مهم و کاربردی، می‌تواند توسعه‌ی مدل‌ها و روش‌های حل برای حالات چندهدفه باشد. همچنین این مسئله قابل تعمیم در کاربردهای گوناگون دیگر مانند فروشگاه‌های آنلاین، فرودگاه‌ها و سیستم‌های مخابراتی می‌باشد و مدل‌سازی براساس شرایط موجود در این سیستم‌ها و ارائه‌ی روش حل متناسب با آن می‌تواند بعنوان یک تحقیق کاربردی مورد استفاده‌ی سیستم‌های مورد بررسی قرار گیرد.

۵- تشکر و قدردانی

در اینجا لازم است مراتب قدردانی خود را از مسئولین شرکت پست ج.ا.ا.، به ویژه جناب آقای خطیبی به دلیل همکاری در آشنایی با شرکت پست و کسب اطلاعات ارزشمند در مورد شبکه‌ی هاب پستی و فراهم کردن داده‌های کمی جهت اجرای مدل ریاضی مبتنی بر دنیای واقعی اعلام نماییم.

۶- مراجع

- [1] J. Campbell, A. Ernst, and M. Krishnamoorthy, "Hub location problems.," 2002.
- [2] Hakimi SL, "Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph," Operations research. 1964;12: 450-9
- [3] Goldman AJ, Optimal locations for centers in a network, Transportation Science. 1969;3:352-60.
- [4] Toh RS, Higgins RG, The impact of hub and spoke network centralization and route monopoly on domestic airline profitability, Transportation journal. 1985:16-27.
- [5] O'Kelly ME, The location of interacting hub facilities, Transportation Science. 1986;20:92-106.
- [6] O'Kelly ME. Activity levels at hub facilities in interacting networks. Geographical Analysis. 1986;18:343-56
- [7] O'Kelly ME. A quadratic integer program for the location of interacting hub facilities. European journal of operational research. 1987;32:393-404.
- [8] O'Kelly ME. Hub facility location with fixed costs. Papers in Regional Science. 1992;71:293-306
- [9] Campbell JF. Integer programming formulations of discrete hub location problems. European journal of operational research. 1994;72:387-405.

- [10] Campbell JF. Hub location and the p-hub median problem. *Operations research*. 1996;44:923-35.
- [11] Klincewicz JG. Heuristics for the p-hub location problem. *European journal of operational research*. 1991;53:25-37.
- [12] Klincewicz JG. Avoiding local optima in the p-hub location problem using tabu search and grasp. *Annals of Operations research*. 1992;40:283-302.
- [13] Aykin T. Lagrangian relaxation based approaches to capacitated hub-and-spoke network design problem. *European journal of operational research*. 1994;79:501-23.
- [14] Aykin T. Networking policies for hub-and-spoke systems with application to the air transportation system. *Transportation Science*. 1995;29:201-21.
- [15] Klincewicz JG. Hub location in backbone/tributary network design: a review. *Location Science*. 1998;6:307- 35.
- [16] Bryan DL, O'Kelly ME. Hub-and-spoke networks in air transportation: an analytical review. *Journal of regional science*. 1999;39:275-95.
- [17] Alumur S, Kara BY. Network hub location problems: The state of the art. *European journal of operational research*. 2008;190:1-21.
- [18] Campbell JF, O'Kelly ME. Twenty-five years of hub location research. *Transportation Science*. 2012;46:153- 69.
- [19] Farahani RZ, Hekmatfar M, Arabani AB, Nikbakhsh E. Hub location problems: A review of models, classification, solution techniques, and applications. *Computers & industrial engineering*. 2013;64:1096-109.
- [20] Contreras I, O'Kelly M. Hub location problems. *Location Science*: Springer; 2019. p. 327-63.
- [21] Contreras I. Hub network design. *Network Design with Applications to Transportation and Logistics*: Springer; 2021. p. 567-98
- [22] Ernst AT, Krishnamoorthy M. Solution algorithms for the capacitated single allocation hub location problem. *Annals of Operations research*. 1999;86:141-59.
- [23] Ishfaq R, Sox CR. Hub location-allocation in intermodal logistic networks. *European journal of operational research*. 2011;210:213-30.
- [24] Ghodratinama A, Tavakkoli-Moghaddam R, Azaron A. Robust and fuzzy goal programming optimization approaches for a novel multi-objective hub location-allocation problem: A supply chain overview. *Applied Soft Computing*. 2015;37:255-76.
- [25] Kahag MR, Niaki STA, Seifbarghy M, Zabihi S. Bi-objective optimization of multi-server intermodal hublocation-allocation problem in congested systems: modeling and solution. *Journal of Industrial Engineering International*. 2019;15:221-48.
- [26] Ghodratinama A, Arbabi HR, Azaron A. Production planning in industrial townships modeled as hub location-allocation problems considering congestion in manufacturing plants. *Computers & industrial engineering*. 2019;129:479-501.
- [27] Ghodratinama A, Arbabi HR, Azaron A. A bi-objective hub location-allocation model considering congestion. *Operational Research*. 2020;20:2427-66.
- [28] Maharjan R, Hanaoka S. A credibility-based multi-objective temporary logistics hub location-allocation model for relief supply and distribution under uncertainty. *Socio-Economic Planning Sciences*. 2020;70:100727.
- [29] Mokhtarzadeh M, Tavakkoli-Moghaddam R, Triki C, Rahimi Y. A hybrid of clustering and meta-heuristic algorithms to solve a p-mobile hub location-allocation problem with the depreciation cost of hub facilities. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*. 2021;98:104121.

- [30] Rabbani M, Mokhtarzadeh M, Manavizadeh N. A constraint programming approach and a hybrid of genetic and K-means algorithms to solve the p-hub location-allocation problems. *International Journal of Management Science and Engineering Management*. 2021;16:123-33.
- [31] Karimi H, Setak M. Flow shipment scheduling in an incomplete hub location-routing network design problem. *Computational and Applied Mathematics*. 2018;37:819-51.