Journal of Industrial Innovations 1(1) (2023) 83 – 101

Industrial Innovations

https://jii.araku.ac.ir

ISSN: 2980-8847

An Efficient Imperialist Competitive Algorithm for Solving Location Routing Problem in the Multi-Level Supply Chain Under Fuzzy and Probabilistic Condition

Amir-Mohammad Golmohammadi [a*], Ashraf Norouzi [b]

[a] Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Arak University, Arak, Iran.
[b] Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Arak University, Arak, Iran.

Original Article

Use your device to scan and read the article online

Citation: Golmohammadi A M, Norouzi A. An Efficient Imperialist Competitive Algorithm for Solving Location Routing Problem in the Multi-Level Supply Chain Under Fuzzy and Probabilistic Condition. Industrial Innovations. 2023; 1(1)83-101.

https://doi.org/10.52547/jii.1.1.83

KEYWORDS

Optimization,
Location Routing Problem,
Uncertainty,
Imperialist Competitive Algorithm.

ABSTRACT

In the industrial world today, manufacturing units are trying to locate your requirements and the depot vehicle routing in order to transport the goods for reduce your cost. Needless to mention that the location of the warehouse is effective for vehicle routing. Therefore, in this paper, a mathematical programming model to optimize the storage location and vehicle routing are presented. The objective function of the model is minimizing the total cost associated with the transportation and storage of rental fee. Limitations of the model include vehicle capacity, the maximum distance traveled by vehicles and etc. In addition, labor costs, such as salaries, rent, warehouses, rental vehicles and etc. Approach to model the real world has been considered.
Also, since each location and routing issues alone are a NP-hard problem, then location routing problem can be combined problem and It requires the use of meta- heuristic algorithms to solve.

Extended Abstract

1. Purpose

Proper transportation system plays a main role in distribution of products with low cost, short time, and high quality. Supplying perishable products causes some challenges in the chain. The trade-off between time and cost of supply is an essential problem in such supply chains and required adequate planning concerns location of warehouses and routing of transportation vehicles. The most important factor is the time of distribution, because the products are decayed very soon. In this concern the location of warehouses and manufacturer are became very important issues. Nearness of manufacturing and depots to the supply places (i.e., customers, and markets) reduces the time of supply but the total cost of the supply chain may increase dramatically. All these are affected by proper location of distribution centers and also right routing of transportation vehicles. Improper location of distribution centers may cause difficulties in routing of transportation vehicles as well as unbalanced workload of distribution centers. As the total cost of transportation is a main factor so, a trade-off is formed. In this paper, this issue is resolved and revisited through the location of distribution centers and the possibility of transportation between distribution centers and customers.

2. Design/methodology/approach

In this paper, a multi-objective mathematical programming is proposed in order model a location-routing problem for distribution of products. Two types of objective functions, i.e., total cost of system and minimization of total vehicle time are

* Corresponding author.
E-mail address: a-golmohammadi@araku.ac.ir
DOI: https://doi.org/10.52547/jii.1.1.83
Received: August 10, 2022; Received in revised form: November 11, 2022; Accepted: December 16, 2022
Article Type: Research Paper
©Author

considered, simultaneously. Then, an evolutionary computation algorithm, called NSGA-II, is developed to solve the proposed multi-objective mathematical programming. The performance of NSGA-II algorithm is compared with an exact method, called epsilon-constraint, using several multi-objective metrics.

3. **Findings**

Three metaheuristic algorithms including NSGA-II, PAES and MOICA are used to solve the proposed model. To evaluate the efficiency of the solutions, several problems of different sizes are introduced and solved, and then the results are compared in terms of the SM, MID and QM criteria. The comparative results suggest the superiority of the MOICA algorithm for big-size problems.

4. **Future Research Directions**

Further researches in this area can be accomplished. Other objective functions, such as balancing the number of customers which are served by each distribution center, balancing the time that transportation vehicles are operating, can be modeled in future studies. Extra assumptions such as, heterogeneous transportation vehicles with different capacities, speeds, and cost, one-way routes, traffic factor throughout the routes, fuel shares, drivers' level of skill and wages, and also accidents, failure of vehicles are among the points which might bring the subject of these studies closer to the real life cases.

نوآوری‌های صنعتی، دوره ۱، شماره ۱، سال ۱۴۰۲، صفحات ۸۳ تا ۱۰۱

نوآوری‌های صنعتی

بکارگیری یک الگوریتم رقابت استعماری کارآمد برای حل مسأله‌ی مکانیابی- مسیریابی چندهدفه در یک زنجیره‌ی تأمین چندسطحی تحت شرایط عدم قطعیت فازی و احتمالی

امیرمحمد گل‌محمدی[الف*]، اشرف نوروزی[ب]

[الف] استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اراک، اراک، ایران؛ a-golmohammadi@araku.ac.ir

[ب] استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اراک، اراک، ایران؛ a-norouzi@araku.ac.ir

واژگان کلیدی

بهینه‌سازی، مسأله مکانیابی - مسیریابی وسایل نقلیه، عدم قطعیت، الگوریتم رقابت استعماری.

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۵/۱۹

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۰۸/۲۰

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۹/۲۵

چکیده

در دنیای صنعتی امروز، واحدهای تولیدی سعی دارند با مکان‌یابی مناسب انبارهای مورد نیاز خود و همچنین مسیریابی وسایل نقلیه به‌منظور حمل کالاهای تولیدی به این انبارها، هزینه‌های خود را کاهش دهند. لازم به ذکر است که، مکان انبارها درتعیین مسیر وسایل نقلیه موثر است. بنابراین در این مقاله، یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی جهت بهینه‌سازی هم‌زمان تعیین مکان انبارها و مسیریابی وسایل نقلیه ارائه شده‌است. تابع هدف در این مدل شامل مینیمم‌کردن مجموع هزینه‌های مرتبط با وسایل حمل‌ونقل و هزینه‌ی اجاره انبارها می‌باشد. محدودیت‌های مدل ارائه شده شامل ظرفیت وسایل نقلیه، حداکثر میزان مسافت طی شده توسط وسایل نقلیه و ... می‌باشد. از آنجایی‌که هریک از مسایل مکان‌یابی و مسیریابی خود به تنهایی یک مسأله NP-hard محسوب می‌شوند، آنگاه مسأله مکان‌یابی- مسیریابی نیز یک مسأله NP-hard ترکیبی محسوب می‌شود و برای حل آن نیاز به بهره‌گیری از الگوریتم‌های فرابتکاری می‌باشد.

۱- مقدمه

امروزه کل فعالیت‌های تولید، از استخراج مواد خام تا تولید در مراحل مختلف زنجیره تأمین[1] و مصرف‌کنندگان نهایی، با موضوعاتی نظیر افزایش رقابت و کاهش هزینه‌ها روبرو شده‌اند تا از این طریق بتوانند سود حاصله را افزایش دهند. امروزه کل زنجیره تأمین از این موضوع تأثیر گرفته است و هم تولیدکنندگان و هم ارائه‌دهندگان خدمات در صنعت حمل‌ونقل[2] را با یک موقعیت چالشی مواجه کرده‌است. در چنین شرایطی بسیاری از شرکت‌ها مجبور می‌شوند تمرکز خود را از موضوع "بهینه‌یابی تجارت شخصی خود" به سوی "برنامه‌ریزی برای منافع کل زنجیره تأمین" تغییر دهند. بنابراین امروزه بجای رقابت بین عوامل مستقل در یک زنجیره تأمین، رقابت میان زنجیره‌های تأمین از ارجحیت برخوردار می‌باشد. با پر رنگ شدن جنبه‌های صنعتی به‌نظر می‌رسد که مدیران صنایع باید بتوانند با استفاده از سیستم‌های پیشرفته تصمیم‌گیری در خصوص موقعیت‌های پیچیده

[1] Supply Chain
[2] Transportat

* نویسنده مسئول؛
آدرس پست الکترونیک: a-golmohammadi@araku.ac.ir

مرتبط با ترکیب مکان‌یابی[۳]، مسیریابی[۴] و مدیریت موجودی[۵]، به سودهای کلان در کسب و کار خود دست یابند.

مدیریت زنجیره تأمین، مجموعه‌ای از رویکردهای بکار برده شده در یکپارچه‌سازی مؤثر تأمین‌کنندگان، سازندگان، انبارهای کالا و عمده‌فروش‌ها و خرده‌فروشان می‌باشد، که به منظور تولید و عرضه کالاها در مقادیر صحیح، برای موقعیت‌های مطلوب و در زمان درست استفاده می‌شود. هدف مدیریت زنجیره‌ی تأمین، کمینه‌سازی هزینه‌های کل سیستم است و تا برآورده‌سازی کامل تمامی خدمات و الزامات، ادامه می‌یابد. معمولاً تسهیلات تولیدی، در ابتدای زنجیره تأمین و تسهیلات مصرفی، در آخرین بخش از آن قرار دارند. تمرکز اصلی این مطالعه بر روی بخش‌هایی از زنجیره تأمین می‌باشد که با موضوعات حمل‌ونقل میان تسهیلات تولید و مصرف، مکان‌یابی مصرف‌کنندگان و مدیریت موجودی سروکار دارند.

امروزه بسیاری از شرکت‌های حمل‌ونقل تمایل دارند تا فضای تصمیم‌گیری خود را آنچنان بسط دهند که بتوانند در خصوص مدیریت موجودی مشتریان خود نیز فعالیت داشته باشند. آنها از این طریق می‌توانند بهترین استفاده را از وسایل نقلیه خود داشته باشند و در نتیجه می‌توانند قیمت بهتر و خدمات با کیفیت بهتر را به مشتریان خود عرضه کنند. علاوه بر این، این خط مشی (یکپارچه‌سازی مدیریت موجودی، مکان‌یابی و حمل‌ونقل) به شرکت‌های تولید کننده اجازه می‌دهد تا بر فعالیت اصلی خود تمرکز داشته باشند و مسئولیت حمل‌ونقل را برون‌سپاری کنند. تا پیش از این، وظایف مدیریت موجودی و مسیریابی به‌صورت جداگانه در صنایع مدیریت شده‌اند.

مدیریت واحدهای تولیدی و صنعتی می‌کوشند تا با مکانیابی مناسب انبارهای توزیع و پیداکردن مسیرهای بهینه‌ی حمل-ونقل، هزینه‌های تولید و توزیع خود را کاهش دهند. نگاه هم‌زمان به هر دو موضوع مسیریابی وسایل نقلیه و جایابی انبارهای توزیع درون‌شهری می‌تواند جواب بهینه‌ای را برای هر دو مسأله ارائه نماید. در مدل ارائه شده در این مقاله، با در نظرگرفتن هم‌زمان مسیریابی وسایل نقلیه و مکانیابی انبارهای مورد نیاز برای توزیع محصول، جواب مناسبی برای هر دو مسأله به‌دست خواهدآمد. این در حالی است که نگاه مجزا به هر کدام از موارد نمی‌تواند جواب قابل قبولی را برای هر دو مسأله حاصل نماید.

۲- پیشینه تحقیق

وب [۱] و کریستفیدز و ایلان [۲] جزء اولین افرادی بودند که متوجه شدند در نظرگیری هزینه‌های تحویل کالا به‌صورت حمل‌ونقل مستقیم بین دپو و مشتری، در مدل‌های مکان‌یابی صحیح نمی‌باشد. به گفته‌ی برامل و سیمچی – لوی [۳]، در فضای رقابتی فعلی که جلب رضایت مشتریان در گرو کاهش هرچه بیشتر زمان‌های تحویل کالاهای مورد تقاضای آنهاست، تصمیم‌گیری در مورد مکان دپوها و تعیین مسیرهای توزیع، از اهمیت زیادی برخوردار بوده و می‌تواند بر عملکرد کل زنجیره اثر بگذارد. همچنین سلهی و رند [۴] در مقاله‌ی خود به رابطه‌ی متقابل دو مسأله مکان‌یابی و مسیریابی[۶] و اثرات نادیده‌گرفتن ملاحظات مسیریابی در تصمیم‌گیری انتخاب مراکز توزیع پرداخته‌اند. مین و همکاران [۵] تفاوت اصلی بین LRP و مسأله مکانیابی-تخصیص[۷] کلاسیک را چنین مطرح می‌کنند: در LRP، پس از مکان‌یابی تسهیلات، مشتریان از طریق تور ملاقات می‌شوند ولی در LAP، سفر شعاعی یا خط مستقیم از تسهیلات برای هر مشتری فرض می‌شود. توکلی‌مقدم و همکاران [۶] یک مدل ریاضی برای مسأله‌ی حمل‌ونقل وسائط نقلیه‌ی بازگشتی[۸] را توسعه دادند که به‌دلیل پیچیدگی مدل، از الگوریتم ممتیک برای حل آن استفاده کردند. بانیای و همکاران [۷] به بهینه‌سازی مسیریابی سبز با هدف جمع‌آوری زباله‌های شهری و تأثیر فناوری‌های صنعتی بر آگاهی و پایداری زیست محیطی پرداختند. حرکت سریع مردم به سمت شهرها منجر به این واقعیت شد که جمعیت شهری جهان اکنون سالانه حدود ۶۰ میلیون نفر در حال افزایش است. افزایش تعداد جمعیت شهرها تأثیر قابل توجهی بر حجم تولید شده زباله‌های خانگی دارد که باید به موقع جمع‌آوری و بازیافت شود. جمع‌آوری زباله‌های خانگی، به‌ویژه در مناطق مرکز شهر، چالش‌های گسترده‌ای دارد. سیستم جمع‌آوری باید قابل اعتماد، انعطاف‌پذیر، مقرون به‌صرفه و سبز باشد. آدلک و همکاران [۸] به ارایه یک مدل ریاضی جهت مکانیابی سبز برای جمع‌آوری پسماندهای جامد طبقه‌بندی شده در مراکز شهری پرجمعیت پرداختند. در مطالعه آنها یک مدل مکانیابی برای بهبود مجموعه‌ای از مواد زائد جامد ارائه شده‌است. این مدل به

[3] Location
[4] Routing
[5] Management Inventory
[6] Location Routing Problem (LRP)
[7] Location Allocation Problem (LAP)
[8] Vehicle Routing Problem with Backhauls (VRPB)

ویژه برای مناطق پرجمعیت و دارای چندین واحد مسکونی مناسب است و همچنین طبقه‌بندی اولیه پسماندها را عرضه می‌کند. ویژگی اساسی این مدل این است که با اختصاص دادن هر مشتری (خانه) به نزدیکترین مرکز، مشتریان را به‌صورت خوشه‌ای دسته‌بندی می‌کند. هدف مدل ارایه شده توسط آنها این است که تعداد کل سایت‌های جمع‌آوری زباله فعال را به حداقل برسانیم، به طوریکه کلیه درخواست‌های مشتریان بدون نقض محدودیت ظرفیت هر سایت برآورده شود. یک روش ابتکاری لاگرانژی ساده با حل کننده CPLEX در بستر AMPL برای حل مسأله ارایه شده‌است تا یک راه حل عملی پیدا کند. وان و همکاران [۹] به مدلسازی مسأله مسیریابی- مکانیابی سبز با بسته‌های زیست محیطی پرداختند. بهینه‌سازی مسأله مسیریابی-مکانیابی سبز با بسته‌های زیست محیطی شامل حل یک مسأله مسیریابی دو لایه و گذاشت و برداشت با پنجره‌های زمانی است. باسو و همکاران [۱۰] به بهینه‌سازی مسأله مسیریابی وسایل نقلیه الکتریکی با در نظر گرفتن پنجره زمانی پرداختند. در این مطالعه، مسیریابی در دو سطح انجام می شود. در سطح اول بهترین مسیرها شناسایی شده و در بخش دوم با در نظر گرفتن پنجره‌های زمانی، بهترین ترتیب بازدید مشخص می‌شود. لی و همکاران [۱۱]، یک مسأله‌ی مکان‌یابی - مسیریابی ظرفیت‌دار[9] دوهدفه را برای کالاهای فاسدشدنی ارائه دادند و از الگوریتم شاخه‌وکران[10] برای به‌دست آوردن راه حل بهینه استفاده کردند.

۳- ارایه مدل ریاضی

در این قسمت، ابتدا مدل ریاضی احتمالی- فازی چندهدفه مسأله پیشنهادی ارائه شده و در گام بعدی نحوه تبدیل مدل احتمالی- فازی به مدل قطعی تشریح می شود. در ادامه رویکرد حل دوهدفه رقابت استعماری توسعه داده شده و جزئیات آن شرح داده خواهد شد.

۳-۱- مفروضات مسأله

۱) تقاضای هر مشتری باید تأمین گردد؛
۲) هر مشتری دقیقا توسط یک وسیله حمل، خدمت داده شود؛
۳) کل تقاضای مشتریان در هر مسیر باید کمتر یا برابر ظرفیت تخصیص داده شده به آن مسیر باشد؛
۴) هر مسیر از انبار شروع شده و دوباره به آن بازگردد.
۵) زمان حمل‌ونقل بین دو مشتری توسط هر وسیله نقلیه قطعی نبوده و دارای تابع توزیع نرمال می‌باشد.
۶) تقاضای مشتریان و هزینه حمل‌ونقل به‌صورت پارامتر فازی در نظر گرفته می‌شود.

۳-۲- مجموعه‌ها

I مجموعه همه مراکز توزیع (انبارها)

J مجموعه همه مشتریان

K مجموعه همه وسایل حمل‌ونقل

۳-۳- پارامترها

N تعداد مشتریان

D_{ij} فاصله بین مشتری i و j، بطوریکه $i,j \in I \cup J$

$\tilde{C}_{ij}$ هزینه واحد مسافت بین مشتری i و j، بطوریکه $i,j \in I \cup J$

t_{ij} زمان حمل و نقل بین مشتری i و j، بطوریکه $i,j \in I \cup J$

$\tilde{F}_i$ هزینه ثابت استقرار مرکز توزیع i

[9] Capacitated Location Routing Problem (CLRP)
[10] Branch & Bound (B&B)

$\widetilde{FV}_k$ هزینه ثابت استفاده از وسیله حمل k

$\tilde{d}_j$ تقاضای هر مشتری j

s_{jk} زمان سرویس وسیله نقلیه در محل مشتری j توسط وسیله حمل k

w_{jk} زمان انتظار وسیله نقلیه در محل مشتری j توسط وسیله حمل k

$\tilde{Q}$ ظرفیت ثابت وسایل حمل

P تعداد مکان‌هایی که بایستی استقرار یابند

۳-۴- متغیرهای تصمیم

x_{ijk} برابر یک است اگر گره (مجموع مشتریان و انبارها) i در مسیر k پس از گره j قرار گرفته باشد و در غیر اینصورت صفر؛ $(i, j \in I \cup J)$

y_i برابر یک است اگر انبار i استقرار یافته باشد؛ و در غیر اینصورت صفر؛

z_{ij} برابر یک است اگر مشتری j به انبار i تخصیص یابد و در غیر اینصورت صفر؛

U_{lk} متغیرهای کمکی برای حذف زیرتور در مسیر k؛

۳-۵- مدل برنامه‌ریزی ریاضی احتمالی

بر طبق مفروضات مسأله، مدل ریاضی چندهدفه مسأله پیشنهادی به شرح زیر خواهد بود:

$$Min \sum_{i\in I} \tilde{F}_i y_i + \sum_{k\in K} \widetilde{FV}_k \sum_{i\in I}\sum_{j\in J} x_{ijk} + \sum_{i\in J}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} \tilde{C}_{ij} D_{ij} x_{ijk} \quad (۱)$$

$$Min \quad B \quad (۲)$$

$Subject\ To$:

$$\sum_{i\in I} y_i = P \quad (۳)$$

$$\sum_{k\in K}\sum_{i\in I\cup J} x_{ijk} = 1 \qquad \forall j \in J \quad (۴)$$

$$\sum_{j\in I\cup J} x_{ijk} - \sum_{j\in I\cup J} x_{jik} = 0 \qquad \forall k \in K, i \in I \cup J \quad (۵)$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J} x_{ijk} \le 1 \qquad \forall k \in K \quad (۶)$$

$$\sum_{j\in J} \tilde{d}_j \sum_{i\in I\cup J} x_{ijk} \le \tilde{Q} \qquad \forall k \in K \quad (۷)$$

$$-z_{ij} + \sum_{u\in I\cup J} \left(x_{iuk} + x_{ujk}\right) \le 1 \qquad \forall i \in I, j \in J, k \in K \quad (۸)$$

$$P\left\{\sum_{i\in I\cup J}\sum_{j\in I\cup J} t_{ij} x_{ijk} + \sum_{j\in J}(s_{jk} + w_{jk}) \sum_{j\in I\cup J} x_{ijk} \le B\right\} \ge \beta \qquad \forall k \in K \quad (۹)$$

$$z_{ij} \le y_i \qquad \forall i \in I, j \in J \quad (۱۰)$$

$$U_{gk} - U_{jk} + N x_{gjk} \le N - 1 \qquad \forall g, j \in J, k \in K \quad (۱۱)$$

$$x_{ijk}, y_i, z_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall i,j \in I \cup J, k \in K \qquad (۱۲)$$

$$U_{lk} \geq 0 \qquad \forall l \in I, k \in K \qquad (۱۳)$$

تابع هدف (۱) به دنبال کمینه‌کردن هزینه حمل‌ونقل و هزینه ثابت استقرار انبارها و هزینه ثابت استفاده از ماشین می‌باشد. تابع هدف (۲) به دنبال کمینه‌کردن زمان سفر برای هر وسیله نقلیه می‌باشد. معادله (۳) بیان می‌کند که تعداد مکان‌هایی که بایستی استقرار یابند برابر یک مقدار مشخص است. توسط رابطه (۴) هر مشتری تنها به یک وسیله حمل اختصاص می‌یابد. محدودیت جمع آوری جریان به صورت (۵) بیان شده‌است. رابطه (۶) فرض می‌کند که بین دو مشتری حداکثر می‌تواند یک مسیر وجود داشته باشد. رابطه (۷) محدودیت ظرفیت را برای مجموعه وسایل حمل را نشان می‌دهد. محدودیت (۸) مشخص می‌کند که تنها زمانی یک مشتری می‌تواند به یک انبار اختصاص یابد که مسیری که مشتری در آن قرار دارد، متعلق به آن انبار باشد. محدودیت (۹) بیان می‌کند که یک حداقل احتمال β وجود دارد که کل زمان سفر توسط وسایل نقلیه از یک مقدار B کمتر است. محدودیت (۱۰) تعیین می‌کند که یک مشتری زمانی می‌تواند به یک انبار تخصیص یابد که آن انبار حتما استقرار داده شده باشد. رابطه (۱۱) محدودیت‌های حذف تورهای فرعی را ایجاد می‌کند. محدودیت های (۱۲) و (۱۳)، محدودیت‌های دامنه می‌باشند. محدودیت (۹) به‌صورت غیرخطی بوده و برای خطی‌کردن آن می‌توان از تابع توزیع یکنواخت و به‌صورت زیر استفاده کرد؛ زمان سفر بین دو مشتری را می‌توان به‌صورت احتمالی با میانگین $E(t)$ و واریانس $V(t)$ در نظر گرفت. در ادامه می‌توان محدودیت (۹) را بصورت زیر بازنویسی کرد:

$$y = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} t_{ij} + \sum_{i=0}^{N}(s_{jk} + w_{jk}) - B \qquad (۱۴)$$

مقدار میانگین و واریانس متغیر y برابر است با:

$$E(y) = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} E(t_{ij}) + \sum_{i=0}^{N}(E(s_{jk}) + E(w_{jk})) - B \qquad (۱۵)$$

$$V(y) = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} V(t_{ij}) + \sum_{i=0}^{N}(V(s_{jk}) + V(w_{jk})) \qquad (۱۶)$$

از طرف دیگر و با توجه به توزیع نرمال استاندارد داریم:

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} t_{ij} + \sum_{i=0}^{N}(s_{jk} + w_{jk}) - B - E(y) \Big/ \sqrt{V(y)} \sim N(0,1) \qquad (۱۷)$$

در نهایت محدودیت (۹) برابر است با محدودیت زیر:

$$\frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} t_{ij} + \sum_{i=0}^{N}(s_{jk} + w_{jk}) - B - E(y)}{V(y)} \leq -\frac{E(y)}{V(y)} \qquad (۱۸)$$

همچنین در توزیع نرمال داریم:

$$P\{\theta \leq -E(y)/\sqrt{V(y)}\} \geq \beta \qquad (۱۹)$$

به طوریکه $\theta \sim N(0,1)$؛ بنابراین محدودیت سطح سرویس زمانی می‌تواند برقرار باشد که داشته باشیم:

$$\emptyset^{-1}(\beta) \leq -E(y)/\sqrt{V(y)} \qquad (۲۰)$$

در نهایت و با توجه به محدودیت (۲۰)، می توان حالت خطی محدودیت (۹) را به صورت زیر نوشت:

$$\emptyset^{-1}(\beta)\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}V(t_{ij})x_{ijk}+\sum_{i=0}^{N}(V(s_{jk})+V(w_{jk}))\sum_{j=1}^{N}x_{ijk}}+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}E(t_{ij})x_{ijk}+\sum_{i=0}^{N}(E(s_{jk})+E(w_{jk}))\sum_{j=1}^{N}x_{ijk}\leq B \quad (۲۱)$$

۴- رویکرد فازی

خیمنز و همکاران [۱۲] یک روش رتبه‌بندی اعداد فازی بر مبنای مقایسه بازه‌ی انتظار آن‌ها پیشنهاد داده‌اند. فرض کنید مدل ریاضی با پارامترهای فازی (۲۲) مفروض است:

$$\begin{aligned}&min\ \tilde{C}x\\&s.t:\ x\in\{x\in R^n|\tilde{A}x\geq\tilde{B},x\geq 0\}\end{aligned} \quad (۲۲)$$

که $\tilde{A}$ یک عدد فازی ذوزنقه‌ای به شکل $\tilde{A}=(a_1,a_2,a_3,a_4)$ می‌باشد و تابع عضویت آن را می‌توان به‌صورت (۲۳) نوشت:

$$\mu_{\tilde{A}}(x)=\begin{cases}0 & ;\forall x\in(a_4,\infty)\\ f_A(x) & ;\forall x\in[a_1,a_2]\\ 1 & ;\forall x\in[a_2,a_3]\\ g_A(x) & ;\forall x\in[a_3,a_4]\\ 0 & ;\forall x\in(a_4,\infty)\end{cases} \quad (۲۳)$$

برای تضمین اینکه معکوس توابع$f_A^{-1}(x)$ و$g_A^{-1}(x)$ وجود دارد فرض می‌شود که $f_A(x)$ پیوسته و صعودی و $g_A(x)$ پیوسته و نزولی است. بازه انتظاری یک عدد فازی به صورت رابطه‌ی (۲۴) تعریف می‌شود:

$$EI(\tilde{A})=\left[E_1^{\tilde{A}},E_2^{\tilde{A}}\right]=\left[\int_{a_1}^{a_2}xdf_A(x),-\int_{a_3}^{a_4}xdg_A(x)\right] \quad (۲۴)$$

با تجمیع اجزاء و با تغییر متغیر، رابطه‌ی (۲۵) را خواهیم داشت:

$$EI(\tilde{A})=\left[E_1^{\tilde{A}},E_2^{\tilde{A}}\right]=\left[\int_0^1 f_A^{-1}(\alpha)d\alpha,-\int_0^1 g_A^{-1}(\alpha)d\alpha\right] \quad (۲۵)$$

اگر توابع $f_A(x)$ و $g_A(x)$ خطی باشند و $\tilde{A}$ عدد فازی ذوزنقه‌ای مفروض باشد، بازه انتظاری آن از رابطه‌ی (۲۶) و ارزش انتظاری آن از رابطه‌ی (۲۷) به دست خواهد آمد:

$$EI(\tilde{A})=\left[\frac{1}{2}(a_1+a_2),\frac{1}{2}(a_3+a_4)\right] \quad (۲۶)$$

$$EV(\tilde{A})=\frac{E_1^{\tilde{A}}+E_2^{\tilde{A}}}{2} \quad (۲۷)$$

که برای عدد فازی ذوزنقه‌ای $\tilde{A}$ منتج به رابطه‌ی (۲۸) خواهدشد.

$$EV(\tilde{A})=\frac{a_1+a_2+a_3+a_4}{4} \quad (۲۸)$$

تعریف ۱: برای هر دو عدد فازی $\tilde{A}$ و $\tilde{B}$ درجه عضویت بزرگتر بودن $\tilde{A}$ از $\tilde{B}$ به شکل عبارت (۲۹) است:

$$\mu_M(\tilde{A},\tilde{B})=\begin{cases}0 & if\ E_2^a-E_1^b<0\\ \dfrac{E_2^A-E_1^B}{E_2^A-E_2^B-[E_1^A-E_2^B]} & if\ \ 0\in[E_1^a-E_2^b,E_2^a-E_1^b]\\ 1 & if\ E_1^a-E_2^b>0\end{cases} \quad (۲۹)$$

به طوری که $[E_1^A, E_2^A]$ و $[E_1^B, E_2^B]$ بازه‌های انتظاری $\tilde{A}$ و $\tilde{B}$ هستند. وقتی که $\mu_M(\tilde{A}, \tilde{B}) = 0.5$ باشد، آنگاه می‌گوییم که $\tilde{A}$ و $\tilde{B}$ یکسان هستند. وقتی که $\mu_M(\tilde{A}, \tilde{B}) \geq \alpha$ می‌گوییم که $\tilde{A}$ با حداقل درجه α بزرگتر مساوی از $\tilde{B}$ است و آن را با $\tilde{A} \geq_\alpha \tilde{B}$ نمایش می‌دهیم.

تعریف ۲: فرض کنید بردار $x \in R^n$ مفروض است. این بردار با درجه α قابل قبول است اگر $min\{\mu_M(\tilde{A}x, \tilde{B})\} = \alpha$، که آن را می‌توانیم بنویسیم: $\tilde{A}x \geq_\alpha \tilde{B}$، با توجه این رابطه، رابطه‌ی (۲۹) را می‌توانیم به این شکل بازنویسی کنیم:

$$[(1-\alpha).E_2^A + \alpha.E_1^A].x \geq \alpha.E_2^B + (1-\alpha).E_1^B \quad or \quad \frac{E_2^{Ax} - E_1^B}{E_2^{Ax} - E_1^{Ax} + E_2^B - E_1^B} \geq \alpha \qquad (۳۰)$$

بنابراین با توجه به تعاریف بالا می‌توانیم مدل فازی را به مدل قطعی و دقیق نظیرش یعنی (۳۱) تبدیل کنیم.

$$\begin{aligned} &min\, EV(\tilde{C}).x \\ &s.t.: x \in \{x \in R^n | \tilde{A}x \geq_\alpha \tilde{B}, x \geq 0\} \end{aligned} \qquad (۳۱)$$

حال با توجه به تعاریف و روش یادشده، می‌توانیم مدل فازی ارایه‌شده را به مدل قطعی متناظرش تبدیل کنیم که عبارتست از:

$$Min \sum_{i\in I} EV(\tilde{F}_i)y_i + \sum_{k\in K} EV(\widetilde{FV}_k) \sum_{i\in I}\sum_{j\in J} x_{ijk} + \sum_{i\in J}\sum_{j\in J}\sum_{k\in K} EV(\tilde{C}_{ij})D_{ij}x_{ijk} \qquad (۳۲)$$

$$Min \quad B \qquad (۳۳)$$

s.t:

$$\sum_{i\in I} y_i = P \qquad (۳۴)$$

$$\sum_{k\in K}\sum_{i\in I\cup J} x_{ijk} = 1 \qquad \forall j \in J \qquad (۳۵)$$

$$\sum_{j\in I\cup J} x_{ijk} - \sum_{j\in I\cup J} x_{jik} = 0 \qquad \forall k \in K, i \in I \cup J \qquad (۳۶)$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J} x_{ijk} \leq 1 \qquad \forall k \in K \qquad (۳۷)$$

$$\sum_{j\in J}(\alpha.E_2^{d_j} + (1-\alpha).E_1^{d_j}) \sum_{i\in I\cup J} x_{ijk} \leq \left[(1-\alpha).E_2^Q + \alpha.E_1^Q\right] \qquad \forall k \in K \qquad (۳۸)$$

$$-z_{ij} + \sum_{u\in I\cup J} \left(x_{iuk} + x_{ujk}\right) \leq 1 \qquad \forall i \in I, j \in J, k \in K \qquad (۳۹)$$

$$\emptyset^{-1}(\beta) \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} V(t_{ij})x_{ijk} + \sum_{i=0}^{N}(V(s_{jk}) + V(w_{jk}))\sum_{j=1}^{N} x_{ijk} + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} E(t_{ij})x_{ijk}} + \sum_{i=0}^{N}(E(s_{jk}) + E(w_{jk}))\sum_{j=1}^{N} x_{ijk} \leq B \qquad \forall k \in K \qquad (۴۰)$$

$$z_{ij} \le y_i \qquad \forall i \in I, j \in J \tag{۴۱}$$

$$U_{gk} - U_{jk} + N x_{gjk} \le N - 1 \qquad \forall g, j \in J, k \in K \tag{۴۲}$$

$$x_{ijk}, y_i, z_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall i, j \in I \cup J, k \in K \tag{۴۳}$$

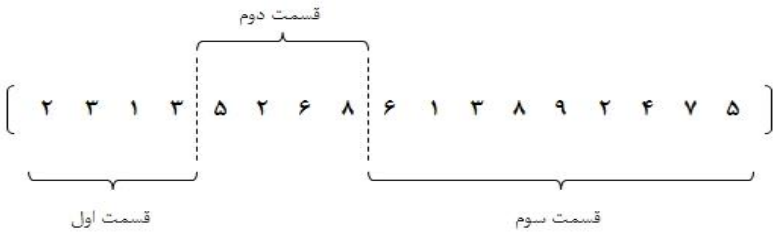
$$U_{lk} \ge 0 \qquad \forall l \in I, k \in K \tag{۴۴}$$

۵- روش حل پیشنهادی

برای حل مدل پیشنهادی از الگوریتم فراابتکاری هیبریدی که ترکیبی از الگوریتم‌های رقابت استعماری[11] و ژنتیک[12] می‌باشد، استفاده شده‌است. مراحل الگوریتم پیشنهادی در ادامه به صورت تفصیلی ارایه می‌شود.

۵-۱- نمایش جواب اولیه

فرض کنید n مشتری، m وسیله نقلیه و d نقطه کاندید برای انبار وجود دارد. نمایش جواب ارایه شده دارای $n + 2m$ جزء بوده و از سه قسمت مجزا تشکیل شده است به‌گونه‌ای که دو قسمت اول $(n + m)$ برای عملیات تخصیص و توالی مسیر بین مشتریان استفاده می‌شود و قسمت سوم (m) نیز برای تعیین مکان انبارها استفاده می‌شود. n جزء اول توالی مشتریان را در هر مسیر تعیین می کند. قسمت دوم نمایش جواب (m) شماره مشتریانی که بایستی با وسیله حمل‌ونقل سرویس‌دهی شوند بوده و در نهایت قسمت سوم مکان انبارها و اینکه هر کدام از وسایل نقلیه از کدام انبار شروع به حرکت نمایند را نشان می‌دهد. یک نمونه نمایش جواب و شکل شماتیکی آن در شکل (۱) آمده است.



شکل ۱ نحوه نمایش جواب

۵-۲- الگوریتم ژنتیک بر پایه ناچیرگی[13] (NSGAII)

در تعریف الگوریتم ژنتیک بر پایه ناچیرگی بایستی گفت که در این الگوریتم در ابتدا، یک جمعیت تصادفی به اندازه‌ی N تولید شده و عملیات مرتب‌سازی ناچیره[14] روی جمعیت اعمال می‌شود. این عملیات، اعضای جمعیت را در سطوح ناچیرگی مختلف طبقه‌بندی می‌کند. مجموعه اعضای ناچیره جمعیت، اعضای ناچیره سطح ۱ نامیده می‌شوند. به هر جواب، یک برازش برابر با سطح ناچیرگی آن انتساب داده می‌شود؛ بنابراین کمینه‌سازی برازش مورد نظر است. عملگرهای گزینش رقابتی تراکم نگر، تقاطع[15] و جهش[16] برای پدیدآوردن جمعیت فرزندان به اندازه N به کار گرفته می‌شود. شایان ذکر است که در گزینش رقابتی، جوابی که برازش آن کمتر است برنده می‌شود و میان دو جواب با برازش یکسان، جوابی که فاصله تراکمش بزرگتر باشد، برگزیده می‌شود.

۵-۳- الگوریتم رقابت استعماری

الگوریتم رقابت استعماری روشی در حوزه‌ی محاسبات تکاملی است که به یافتن پاسخ بهینه‌ی مسائل مختلف بهینه‌سازی

[11] Imperialist Competitive Algorithm (ICA)
[12] Genetic Algorithm (GA)
[13] Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II)
[14] Non-Dominated Sorting
[15] Cross Over
[16] Mutation

می‌پردازد. پایه‌های اصلی این الگوریتم را سیاست همسان‌سازی[17]، رقابت استعماری[18] و انقلاب[19] تشکیل می‌دهند. این الگوریتم با تقلید از روند تکامل اجتماعی، اقتصادی و سیاسی کشورها و با مدلسازی ریاضی بخش‌هایی از این فرآیند، عملگرهایی را در قالب منظم به‌صورت الگوریتم ارائه می‌دهد که می‌توانند به حل مسائل پیچیده بهینه‌سازی کمک کنند. در واقع این الگوریتم جواب‌های مسأله بهینه‌سازی را در قالب کشورها نگریسته و سعی می‌کند در طی فرآیندی تکرار شونده این جواب‌ها را رفته رفته بهبود داده و در نهایت به جواب بهینه مسأله برساند. در ادامه نحوه‌ی عملکرد این الگوریتم تشریح می‌شود.

۵-۳-۱- تولید امپراطوری‌های اولیه

هر حل در الگوریتم رقابت استعماری به شکل یک آرایه می‌باشد. هر آرایه شامل مقادیر بهینه شده متغیر می باشد. در واژگان الگوریتم ژنتیک، این آرایه، کروموزوم[20] نامیده می‌شود. در الگوریتم مذکور عنوان کشور برای آرایه استفاده شده است. در یک مسأله بهینه‌سازی N بعدی، یک کشور یک آرایه $1 \times N$ می‌باشد و این آرایه به صورت $Country = [p_1, p_2, p_3, \dots, p_N]$ تعریف می‌شود. در جایی‌که p_i متغیر بهینه شده می‌باشد، هر متغیر در یک کشور به‌عنوان یک مشخصه اجتماعی سیاسی آن کشور مشخص می‌گردد. از این دیدگاه، الگوریتم بهترین کشور را که کشوری است با بهترین ترکیب مشخصه‌های اجتماعی سیاسی مثل فرهنگ، زبان و خط مشی اقتصادی، جستجو می‌کند. پس از تولید کشورها، از تکنیک ناچیرگی و فاصله تراکم برای ایجاد جبهه‌ها و رتبه‌بندی اعضای هر یک از جبهه‌ها تشریح شده است. سپس اعضای جبهه در آرشیو ذخیره می‌گردد. به تعداد از قبل مشخصی و از آرشیو مورد نظر امپراتورها انتخاب می‌شوند. سپس مابقی جواب‌ها را به هر امپراطور با توجه به قدرتی که آن امپراطور دارد تخصیص می‌دهیم. برای محاسبه مقدار هزینه یا قدرت هر امپراطوری، مقدار هر تابع هدف برای هر امپراطور به‌دست آمده‌است. سپس مقدار هزینه هر تابع هدف به‌صورت معادله (۴۵) محاسبه شده‌است.

$$Cost_{i,n} = \frac{\left| f_{i,n}^{p} - f_{i,n}^{p,best} \right|}{f_{i,total}^{p,max} - f_{i,total}^{p,min}} \quad (۴۵)$$

که $Cost_{i,n}$ مقدار نرمال شده تابع هدف i برای امپراطور n می‌باشد. همچنین $f_{i,n}^{p,best}$، $f_{i,total}^{p,max}$ و $f_{i,total}^{p,min}$ به‌ترتیب بهترین، حداکثر و حداقل مقادیر تابع هدف در هر تکرار می‌باشد. سرانجام مقدار هزینه نرمال شده هر امپراطور به صورت معادله (۴۶) به‌دست می‌آید.

$$Total\ Cost_n = \sum_{i=1}^{r} Cost_{i,n} \quad (۴۶)$$

به‌گونه‌ای که r مقدار تابع هدف می‌باشد. قدرت هر امپراطور بعد از هزینه نرمال شده به‌دست آمده به‌صورت معادله (۴۷) محاسبه می‌گردد و مستعمره‌ها مطابق با قدرت هر امپراطور بین آنها توزیع می‌شوند.

$$p_n = \left| \frac{Total\ Cost_n}{\sum_{i=1}^{N_{imp}} Total\ Cost_i} \right| \quad (۴۷)$$

سپس تعداد اولیه مستعمره‌های یک امپراطور به‌صورت معادله (۴۸) تعیین می‌گردد.

$$NC_n = round\{p_n . N_{col}\} \quad (۴۸)$$

۵-۴- قدرت کل یک امپراطوری

قدرت کل یک امپراطور تحت تأثیر قدرت کشور امپراطور می‌باشد. اگر چه قدرت مستعمره‌های یک امپراطوری نیز بر قدرت کل آن امپراطوری تأثیر دارد. بنابراین قدرت کل یک امپراطوری به‌صورت معادله (۴۹) محاسبه می‌شود. در این رابطه $TP\ Emp_n$

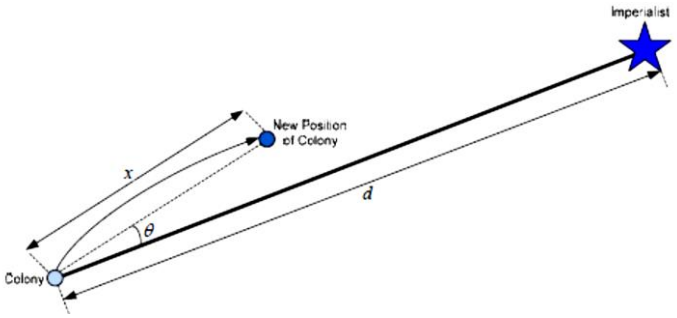
[17] Assimilation
[18] Imperialistic Competition
[19] Revolution
[20] Chromosome

قدرت کل امپراطوری n ام می‌باشد و ξ یک عدد مثبت کمتر از یک می‌باشد.

$$TP\ Emp_n = (Total\ Cost(imperialist_n) + \xi mean\{Total\ Cost(colonies\ of\ empire_n)\}) \quad (۴۹)$$

۵-۵- حرکت مستعمره‌های یک امپراطوری به طرف امپراطور

پس از پس از تقسیم مستعمره‌ها به امپراطورها، مستعمره‌ها به طرف امپراطورشان حرکت می‌کنند. این حرکت در شکل(۲) نشان داده شده است.



شکل۲ حرکت مستعمره‌ها به سمت امپراطور با یک زاویه تصادفی

d فاصله بین مستعمره و امپراطور می‌باشد. X یک متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت بین صفر و $d \times \beta$ و β یک عدد بزرگتر از یک است. مسیر حرکت با زاویه θ نشان داده شده است. نرخ جواب‌هایی که به امپراطور نزدیک می‌شوند را با P_A نشان می‌دهیم.

۵-۶- انتقال اطلاعات بین مستعمره‌ها

جهت انتقال اطلاعات بین مستعمره‌ها از اپراتور تقاطع در الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. برای عملگر تقاطع از انواع تقاطع تک نقطه‌ای[۲۱] و دو نقطه‌ای[۲۲] استفاده شده‌است. برای انتخاب مستعمره‌ها از روش انتخاب تورنومنت[۲۳] استفاده شده-است. همچنین درصدی از جواب‌ها که تحت عمل تقاطع قرار می‌گیرند را با P_c نشان می‌دهیم.

۵-۷- انقلاب

در در هر دوره ده ساله، انقلاب روی برخی مستعمره‌ها رخ می‌دهد. این روش مشابه روش جهش در الگوریتم ژنتیک بوده و برای فرار از جستجوهای محلی صورت می‌گیرد.

۵-۸- مستعمره‌های به‌روز شده

در در هر دوره، جمعیت اولیه مستعمره‌ها، جمعیت شبیه‌سازی شده، جمعیت حاصل از انتقال اطلاعات بین مستعمره‌ها، جمعیت حاصل از انقلاب و جمعیت حاصل از بهبود امپراطور، برای هر امپراطوری با یکدیگر ادغام می‌شوند که جمعیت ادغام شده نامیده می‌شود. سپس به روزآوری آرشیو مطابق با جمعیت ادغام شده انجام می‌گردد و بهترین مستعمره‌ها بر اساس مرتب‌سازی ناچیره و فاصله تراکم توسط اندازه جمعیت مستعمره‌ها برای امپراطوری در نظر گرفته شده، برای هر امپراطور انتخاب شده‌است.

۵-۹- رقابت امپریالیستی

در یک رقابت امپریالیستی قدرت امپراطور ضعیف‌تر کاهش خواهد یافت و قدرت امپراطور قوی‌تر افزایش خواهد یافت. در تمام رقابت امپراطوری‌ها با یکدیگر، ضعیف‌ترین مستعمره ضعیف‌ترین امپراطوری تصاحب خواهدشد. از سوی دیگر، اولین انتخاب ضعیف‌ترین مستعمره‌های ضعیف‌ترین امپراطوری توسط قوی‌ترین امپراطور یعنی امپراطور برنده از بین تمام امپراطوری‌ها، در رقابت امپریالیستی تصاحب می‌شود. در این رقابت، قویترین امپراطوری قطعاً این مستعمره‌ها را تصاحب نخواهدکرد؛ اگر چه این امپراطوری‌ها احتمال بیشتری جهت تصاحب‌کردن آن‌ها دارند. این رقابت تنها با انتخاب یکی از ضعیف‌ترین مستعمره‌های ضعیف‌ترین امپراطوری مدل‌سازی شده‌است و سپس برای محاسبه احتمال تصاحب هر امپراطوری کل هزینه نرمال شده به‌صورت

[21] One-Point Cross Over
[22] Two-Point Cross Over
[23] Tournament Selection

معادله‌ی (۵۰) به دست آمده‌است.

$$NTP\ Emp_n = max\{TP\ Emp_i\} - TP\ Emp_n \quad (۵۰)$$

$NTP\ Emp_n$ قدرت کل نرمال شده امپراطوری n ام می‌باشد و $TP\ Emp_n$ قدرت کل امپراطوری n ام می‌باشد. با داشتن قدرت کل نرمال شده، احتمال تصاحب هر امپراطوری به‌صورت معادله‌ی (۵۱) محاسبه می‌شود.

$$P_{p_n} = \left| \frac{NTP\ Emp_n}{\sum_{i=1}^{N_{imp}} TNTP\ Emp_i} \right| \quad (۵۱)$$

سپس از روش چرخ رولت[۲۴] برای تخصیص مستعمره منتخب به یکی از امپراطوری‌ها استفاده می‌شود.

۵-۱۰- حذف امپراطوری‌های بدون قدرت

امپراطوری‌های بدون قدرت سقوط خواهند کرد و مستعمره‌های آنها بین سایر امپراطوری‌ها در رقابت امپریالیستی توزیع خواهد شد. وقتی یک امپراطوری سایر مستعمره‌های خود را از دست می‌دهد، آنگاه سقوط می‌کند.

۵-۱۱- شرط توقف

شرط توقف و یا پایان رقابت امپریالیستی زمانی است که تنها یک امپراطوری بین تمام کشورها وجود داشته باشد.

۵-۱۲- الگوریتم استراتژی تکاملی پارتو آرشیو شده[۲۵] (PAES)

این الگوریتم توسط نولس و کورن [۱۳] در سال ۲۰۰۰ ارایه شد. انگیزه آنها برای طراحی این الگوریتم از تجربه‌شان در حل مسأله طراحی شبکه‌های مخابراتی سرچشمه می‌گرفت. آنها مشاهده‌کردند که در مسأله یک‌هدفه طراحی شبکه به‌کارگیری یک استراتژی جستجوی محلی مانند شبیه‌سازی تبرید[۲۶]، جستجوی ممنوع[۲۷] و یا تپه‌نورد[۲۸] کاراتر از رویکرد جمعیت محور است.

بر این اساس، در مورد توسعه یک الگوریتم تکاملی که از استراتژی جستجوی محلی استفاده می‌کند، برای حل مسائل چندهدفه طراحی شبکه‌های مخابراتی تحقیق کردند. الگوریتم PAES در ساده‌ترین شکل خود از یک استراتژی تکاملی (۱+۱) استفاده می‌کند. یک استراتژی تکاملی (۱+۱) یک استراتژی جستجوی محلی است زیرا در هر تکرار تنها یک فرزند را از یک والد[۲۹]، پدید می‌آورد.

۵-۱۲-۱- شیوه کار الگوریتم PAES(1 + 1)

در این الگوریتم در آغاز یک جواب تصادفی مثل x_0 تولید شده و والد نامیده می‌شود. عملگر جهش روی این جواب اعمال شده و یک جواب فرزند به نام c_0 تولید می‌شود. سپس این دو جواب با هم مقایسه شده و برنده آنها به‌عنوان والد نسل بعدی برگزیده می‌شود. الگوریتم در هر نسل افزون بر والد (p_t) و فرزند (c_t) از یک آرشیو برای نگهداری بهترین جواب‌هایی که تاکنون یافت شده، استفاده می‌کند. جواب‌های موجود در آرشیو نسبت به هم ناچیره هستند. آرشیو در آغاز خالی است و همراه با پردازش نسل‌ها، با افزوده شدن جواب‌های واجد شرایط به آن، به‌روزرسانی می‌شود. البته یک حداکثر سایز برای آرشیو در نظر گرفته می‌شود. در هر تکرار از الگوریتم نخست p_t و c_t با هم مقایسه می‌شوند.

۵-۱۳- تنظیم پارامترها

کارآیی یک الگوریتم به‌شدت به پارامترهای آن وابسته است، به‌طوریکه پارامترهای مختلف ممکن است جواب‌های کاملاً متفاوتی با کیفیت‌های متفاوت تولید کند. اگر پارامترها به‌طور مناسب تنظیم نشوند، نمی‌توان به جواب بهینه دست یافت.

[24] Roulette wheel method
[25] Pareto Archived Evolution Strategy (PAES)
[26] Simulated Annealing (SA)
[27] Scatter Search (SS)
[28] Hill-climber
[29] Parent

جهت تنظیم کردن پارامترهای الگوریتم پیشنهادی در این مطالعه، از روش سطوح پاسخ[۳۰] استفاده شده‌است.

RSM برای تخمین بهینه پارامترهای مختلف تأثیر گذار بر یک فرآیند بکار می‌رود. در این روش، از معادله رگرسیونی برای ارزیابی سطوح مختلف پارامترها استفاده می‌شود. روش کار بدین گونه است که یک‌سری از سطوح مختلف پارامترهای مؤثر الگوریتم بر مبنای شاخص‌های ورودی – که معمولا از مقدار تابع هدف استفاده می شود - مورد بررسی قرار گرفته و با برازش بهترین معادله رگرسیونی بر سطوح مختلف پارامترها، مقادیر مطلوب برای تنظیم پارامترها پیشنهاد می‌شود.

قبل از هر چیزی باید پارامترهایی که به‌صورت آماری تأثیر مهمی بر رفتار الگوریتم دارند را پیدا کرد. برای هریک از پارامترهای مؤثر دو سطح در نظر گرفته می‌شود که می‌توان آنرا برابر ۱- قرار داد؛ هنگامی که پارامتر در سطح پایین[۳۱] بوده و برابر ۱+ هنگامی که پارامتر در سطح بالا می‌باشد. نحوه کدگذاری سطوح مختلف پارامترها را می‌توان به‌صورت رابطه (۵۲) ارایه داد:

$$X_i = \frac{r_i - \left(\frac{h+l}{2}\right)}{\left(\frac{h-l}{2}\right)} \qquad (۵۲)$$

به‌طوری که h و l به‌ترتیب سطوح بالا و پایین پارامترها و X_i و r_i به‌ترتیب مقدار کدبندی شده و مقدار واقعی برای پارامترها هستند. در این مرحله، الگوریتم برای ترکیب‌های مختلف از پارامترها و سطوح مختلف آنها، اجرا می‌شود. یکی دیگر از ورودی‌های روش RSM شاخصی است که بتواند الگوریتم را برای ترکیب‌های مختلف پارامترها، مقایسه کند. با توجه به اینکه مسأله ارایه شده در این مطالعه چندهدفه می‌باشد، بنابراین باید از یک شاخص واحد استفاده کرد که در این مقاله شاخص کیفیت[۳۲] استفاده شده‌است. شاخص کیفیت کلیه‌ی جواب‌های پاره‌تو بدست آمده از هر ترکیب پارامتر را با هم در نظر گرفته و عملیات ناچیرگی را برای همه‌ی آنها به‌طور همزمان انجام می‌دهد و سهم هر ترکیب پارامتر از جواب‌های پاره‌تو جدید را به‌عنوان کیفیت بدست آمده برای آن ترکیب، لحاظ می‌کند. پارامترهای تنظیم شده الگوریتم رقابت استعماری در جدول (۱) ارایه شده‌اند.

جدول۱ پارامترهای تنظیم شده الگوریتم

Factors	*Optimal real value*	
	S	*L*
n-Pop	۱۹۳	۳۰۰
n-imp	۵	۸
P_A	۰/۵۴	۰/۶۴
P_C	۰/۶	۰/۶
P_R	۰/۱۲	۰/۳۲
ξ	۰/۱۹۵	۰/۱۲۵
β	۱/۸	۲/۱۵

۵-۱۴- ارزش و توزیع داده‌های ورودی مدل

در این بخش تعدادی مسایل نمونه با سایزهای مختلف به‌صورت تصادفی ایجاد شده و توسط الگوریتم پیشنهادی اجرا می‌شود تا کارآیی الگوریتم رقابت استعماری بررسی گردد. به دلیل ماهیت چندهدفه بودن مدل مکان‌یابی- مسیریابی ارایه شده و همچنین عدم امکان دستیابی به جواب بهینه در این نوع مسایل، جهت ارزیابی کارآیی الگوریتم پیشنهادی، نتایج حاصل از این الگوریتم با الگوریتم‌های NSGAII و PAES مقایسه شده است. برای این از داده‌های تصادفی با توزیع مشخص استفاده می‌شود. داده‌های مسأله توسط نرم‌افزار MATLAB ایجاد و ارزش و توزیع آنها مطابق جدول (۲) می‌باشد.

[30] Response Surface Methodology (RSM)
[31] Low Level
[32] Quality Index

جدول ۲ ارزش و توزیع داده‌های ورودی مسأله

ارزش	مقدار پارامتر	ارزش	مقدار پارامتر	ارزش	مقدار پارامتر
Fuzzy (۱۰۰)	d_j	Fuzzy (۲۰۰)	FV_k	U~(۱۰ و ۲۰)	D_{ij}
Fuzzy (۲۰۰۰)	F_i	N~(۴ و ۱۲)	S_{jk}	Fuzzy (۵۰)	C_{ij}
Fuzzy (۴۰۰)	Q	N~(۲ و ۸)	w_{jk}	N~(۶ و ۴۰)	t_{ij}

برای تولید داده‌های فازی یک مقدار میانگین برای پارامتر مورد نظر لحاظ شده و سپس حدود بالا و پایین آن با ضرب در یک عدد تصادفی که به‌صورت یکنواخت بین ۰/۲ و ۰/۸ تولید می‌شود، بوجود می‌آیند. به‌عنوان مثال اگر مقدار میانگین داده مورد نظر برابر ۱۰ باشد و عدد تصادفی تولید شده برابر ۰/۳ باشد آنگاه حد بالا برابر (۰/۳+۱)×۱۰ و حد پایین برابر (۰/۳−۱)×۱۰ می باشد. در جدول (۲)، اعداد فازی با مقدار میانگین ارایه گردیده است.

برای هر یک از دسته مسایل فوق به تعداد مشخصی مکان بالقوه جهت احداث مرکز توزیع و تعداد مشخصی مشتری از پیش تعیین شده در نظر گرفته شده است که تعداد آنها بسته به تعداد نقاط شبکه متغیرخواهد بود. تعداد مرکز توزیع برای هر مسأله به‌صورت جدول (۳) است.

جدول۳ تعداد مرکز توزیع در نظر گرفته شده در شبکه برای تعداد نقاط مختلف

N	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۴۰	۵۰	۷۰	۱۰۰
No. of DC	۳ تا ۴	۳ تا ۵	۳ تا ۶	۳ تا ۶	۳ تا ۸	۳ تا ۱۰	۳ تا ۱۲	۳ تا ۱۶	۳ تا ۱۸

هر یک از دسته داده‌های ورودی فوق، ۴ بار توسط الگوریتم‌ها اجرا شده‌اند و بهترین جواب به‌دست آمده به‌عنوان خروجی نهایی الگوریتم پیشنهادی در نظر گرفته می‌شود. جهت توضیح شماره‌بندی مسایل لازم به ذکر است که ابتدا تعداد مشتریان را نوشته سپس یک علامت # گذاشته و سپس تعداد مرکز توزیعی که باید تخصیص یابند را اضافه می‌کنیم.

۴-۶- شاخص‌های مقایسه

برای مقایسه الگوریتم‌ها از شاخص‌های مختلفی استفاده می‌شود. در این قسمت به شرح مختصری از آنها می‌پردازیم.

۱) شاخص فاصله[۳۳] (SM): این شاخص یکنواختی توزیع جواب‌های پاره‌تو در فضای حل را نشان می‌دهد. نحوه‌ی محاسبه این شاخص مطابق رابطه (۵۳) می‌باشد.

$$SM = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} |\bar{d} - d_i|}{(n-1)\bar{d}} \quad (۵۳)$$

که در آن d_i برابر است با فاصله اقلیدسی بین دو جواب پاره‌تو کناری در فضای حل. همچنین $\bar{d}$ نیز برابر میانگین فواصل d_i ها می‌باشد. هر چه شاخص SM بیشتر باشد، الگوریتم بهتر است.

۲) شاخص کیفیت[۳۴] (QM): شاخص *کیفیت* بدین‌گونه است که کلیه جواب‌های پاره‌تو بدست آمده توسط هریک از الگوریتم ها را با هم در نظر گرفته، سپس عملیات ناچیرگی را برای کلیه جواب‌ها انجام می‌دهیم. در نهایت، کیفیت هر الگوریتم برابر است با سهم جواب‌های پاره‌توی جدید مختص به آن الگوریتم. کیفیت بالاتر به منزله‌ی بهتر بودن الگوریتم می‌باشد.

۳) شاخص گوناگونی[۳۵] (DM): این *شاخص* وسعت جواب های پاره‌تو یک الگوریتم را نشان می‌دهد و توسط رابطه (۵۴) می‌توان آن را محاسبه کرد. هرچه شاخص DM بیشتر باشد، الگوریتم بهتر است.

[33] Spacing Metric
[34] Quality Metric
[35] Diversification Metric

$$DM = \sqrt{\left(\frac{max\, f_{1i} - min\, f_{1i}}{f_{1.total}^{max} - f_{1.total}^{min}}\right)^2 + \left(\frac{max\, f_{2i} - min\, f_{2i}}{f_{2.total}^{max} - f_{2.total}^{min}}\right)^2} \quad (۵۴)$$

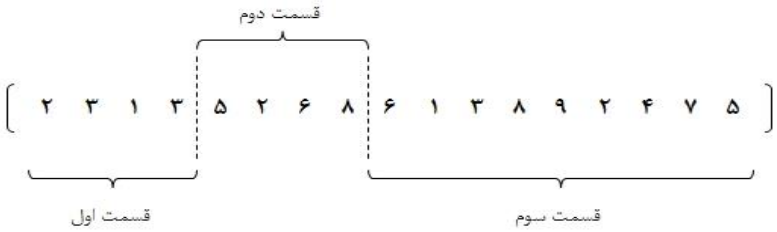
۴) فاصله از نقطه ایده آل[۳۶] (MID): مقدار این شاخص برابر است با فاصله نقاط پارتو الگوریتم مورد بررسی از نقطه ایده-آل. در این مطالعه با توجه به توابع هدف که هر دو کمینه‌سازی است، آنگاه نقطه ایده‌آل را برابر کمینه هر یک از توابع هدف در تمامی الگوریتم‌ها، در نظر می‌گیریم. شاخص MID را می‌توان توسط رابطه (۵۵) محاسبه کرد.

$$MID = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sqrt{\left(\frac{f_{1i} - f_1^{best}}{f_{1,total}^{max} - f_{1,total}^{min}}\right)^2 + \left(\frac{f_{2i} - f_2^{best}}{f_{2,total}^{max} - f_{2,total}^{min}}\right)^2}}{n} \quad (۵۵)$$

که در آن n برابر تعداد نقاط پارتو و همچنین $f_{i,total}^{max}$ و $f_{i,total}^{min}$، به ترتیب برابرند با بیشینه و کمینه‌ترین مقدار توابع هدف در میان تمامی توابع هدف الگوریتم‌های مورد مقایسه. در فرمول بالا مختصات نقطه ایده‌آل برابر است با (f_2^{best}, f_1^{best}). پایین بودن MID به منزله بهتر بودن الگوریتم می‌باشد.

۵-۱۵- نمایش جواب اولیه

فرض کنید n مشتری، m وسیله نقلیه و d نقطه کاندید برای انبار وجود دارد. نمایش جواب ارایه شده دارای $n + 2m$ جزء بوده و از سه قسمت مجزا تشکیل شده است به‌گونه‌ای که دو قسمت اول $(n + m)$ برای عملیات تخصیص و توالی مسیر بین مشتریان استفاده می‌شود و قسمت سوم (m) نیز برای تعیین مکان انبارها استفاده می‌شود. n جزء اول توالی مشتریان را در هر مسیر تعیین می کند. قسمت دوم نمایش جواب (m) شماره مشتریانی که بایستی با وسیله حمل‌ونقل سرویس دهی شوند بوده و در نهایت قسمت سوم مکان انبارها و اینکه هر کدام از وسایل نقلیه از کدام انبار شروع به حرکت نمایند را نشان می‌دهد. یک نمونه نمایش جواب و شکل شماتیکی آن در شکل (۳) آمده است.



شکل ۳ نحوه نمایش جواب

۵-۱۶- تولید امپراطوری‌های اولیه

هر حل در الگوریتم رقابت استعماری به شکل یک آرایه می باشد. هر آرایه شامل مقادیر بهینه شده متغیر می‌باشد. در واژگان الگوریتم ژنتیک، این آرایه، کروموزوم نامیده می‌شود. در الگوریتم مذکور عنوان کشور برای آرایه استفاده شده است. در یک مسأله بهینه‌سازی N بعدی، یک کشور یک آرایه $1 \times N$ می‌باشد و این آرایه به صورت $Country = [p_1, p_2, p_3, \dots, p_N]$ تعریف می‌شود. در جایی‌که p_i متغیر بهینه شده می‌باشد، هر متغیر در یک کشور به‌عنوان یک مشخصه اجتماعی سیاسی آن کشور مشخص می‌گردد. از این دیدگاه، الگوریتم بهترین کشور را که کشوری است با بهترین ترکیب مشخصه‌های اجتماعی سیاسی مثل فرهنگ، زبان و خط مشی اقتصادی، جستجو می‌کند. پس از تولید کشورها، از تکنیک ناچیرگی و فاصله تراکم برای ایجاد جبهه‌ها و رتبه‌بندی اعضای هر یک از جبهه‌ها تشریح شده است. سپس اعضای جبهه در آرشیو ذخیره می‌گردد. به تعداد از قبل مشخصی و از آرشیو مورد نظر امپراتورها انتخاب می‌شوند. سپس مابقی جواب ها را به هر امپراتور با توجه به قدرتی که آن امپراتور دارد تخصیص می‌دهیم. برای محاسبه مقدار هزینه یا قدرت هر امپراطوری، مقدار هر تابع هدف برای هر امپراطور به دست آمده‌است. سپس مقدار هزینه هر تابع هدف به‌صورت معادله (۵۶) محاسبه شده‌است.

[36] Mean Ideal Distance

$$Cost_{i,n} = \frac{\left|f_{i,n}^{p} - f_{i,n}^{p,best}\right|}{f_{i,total}^{p,max} - f_{i,total}^{p,min}} \quad (۵۶)$$

که $Cost_{i,n}$ مقدار نرمال شده تابع هدف i برای امپراتور n می باشد. همچنین $f_{i,n}^{p,best}$، $f_{i,total}^{p,max}$ و $f_{i,total}^{p,min}$ به‌ترتیب بهترین، حداکثر و حداقل مقادیر تابع هدف در هر تکرار می‌باشد. سرانجام مقدار هزینه نرمال شده هر امپراطور به صورت معادله (۵۷) به‌دست می‌آید.

$$Total\ Cost_n = \sum_{i=1}^{r} Cost_{i,n} \quad (۵۷)$$

به‌گونه‌ای که r مقدار تابع هدف می‌باشد. قدرت هر امپراطور بعد از هزینه نرمال شده به‌دست آمده به‌صورت معادله (۵۸) محاسبه می‌گردد و مستعمره‌ها مطابق با قدرت هر امپراطور بین آنها توزیع می‌شوند.

$$p_n = \left|\frac{Total\ Cost_n}{\sum_{i=1}^{N_{imp}} Total\ Cost_i}\right| \quad (۵۸)$$

سپس تعداد اولیه مستعمره های یک امپراطور به‌صورت معادله (۵۹) تعیین می‌گردد.

$$NC_n = round\{p_n . N_{col}\} \quad (۵۹)$$

۵-۱۷- قدرت کل یک امپراطوری

قدرت کل یک امپراطور تحت تأثیر قدرت کشور امپراطور می‌باشد. اگر چه قدرت مستعمره‌های یک امپراطوری نیز بر قدرت کل آن امپراطوری تاثیر دارد. بنابراین قدرت کل یک امپراطوری به صورت معادله (۶۰) محاسبه می‌شود.

$$\text{TP Emp}_n = (\text{Total Cost}(\text{imperialist}_n) + \xi \text{mean}\{\text{Total Cost}(\text{colonies of empire}_n)\}) \quad (۶۰)$$

۵-۱۸- رقابت امپریالیستی

قدرت امپراطور ضعیف‌تر کاهش خواهد یافت و قدرت امپراطور قوی‌تر در رقابت امپریالیستی افزایش خواهد یافت. در تمام رقابت امپراطوری‌ها با یکدیگر، ضعیف‌ترین مستعمره ضعیف‌ترین امپراطوری تصاحب خواهدشد. از سوی دیگر، اولین انتخاب ضعیف‌ترین مستعمره‌های ضعیف‌ترین امپراطوری توسط قوی‌ترین امپراطور یعنی امپراطور برنده از بین تمام امپراطوری‌ها، در رقابت امپریالیستی تصاحب می‌شود. در این رقابت، قویترین امپراطوری قطعا این مستعمره‌ها را تصاحب نخواهدکرد اگر چه این امپراطوری‌ها احتمال بیشتری جهت تصاحب‌کردن آن‌ها دارند. این رقابت تنها با انتخاب یکی از ضعیف‌ترین مستعمره‌های ضعیف‌ترین امپراطوری مدل‌سازی شده‌است و سپس برای محاسبه احتمال تصاحب هر امپراطوری کل هزینه نرمال شده به صورت معادله (۶۱) به دست آمده است.

$$\text{NTP Emp}_n = \max\{\text{TP Emp}_i\} - \text{TP Emp}_n \quad (۶۱)$$

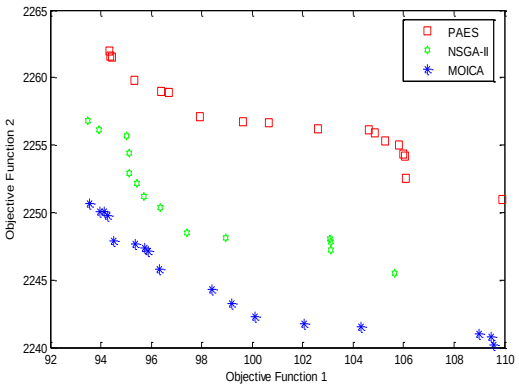
۶- نتایج عددی

با توجه به نتایج عددی و مقایسه‌ای که بین سه الگوریتم NSGAII، PAES و MOICA که در ادامه آورده شده‌است می‌توان نتیجه گرفت که علاوه بر سایزهای کوچک، در سایزهای بالاتر نیز، الگوریتم رقابت استعماری پیشنهادی، می‌تواند یک انتخاب مناسب جهت حل مسایل مکان‌یابی- مسیریابی باشد. با توجه به این موضوع که در مسایل مکان‌یابی- مسیریابی، هنگامی که سایز مسایل بیشتر از ۲۰ می‌شود، آنگاه مسایل وارد فاز مسایل سخت می‌شوند و الگوریتم‌های بهینه‌سازی مسایل ریاضی قادر به حل آنها نیستند. بنابراین باید از الگوریتم‌های فرا ابتکاری با کارایی بالا استفاده کرد.

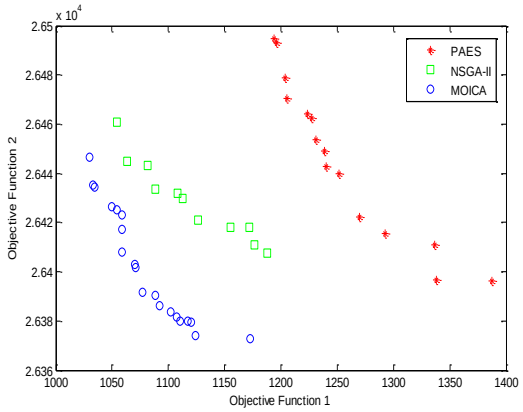
جدول۴ نتایج حل عددی و مقایسه الگوریتم‌های حل با استفاده از شاخص‌های QM و SM

Problem No.	Quality Metric (QM)			Spacing Metric (SM)		
	NSGAII	PAES	MOICA	NSGAII	PAES	MOICA
10#3	0.235	0	0.765	0.827	0.625	0.741
10#4	0.105	0	0.895	0.661	0.495	0.778
15#3	0.250	0	0.750	0.791	0.788	0.920
15#4	0	0	1	0.693	0.785	0.868
15#5	0	0	1	0.571	1.092	0.634
20#3	0	0	1	1.184	0.999	0.881
20#4	0.235	0	0.765	0.778	1.257	0.973
20#5	0.434	0	0.565	0.560	1.036	0.874
20#6	0.347	0.217	0.434	0.733	1.031	0.924
25#3	0.100	0	0.900	1.207	1.120	1.361
25#4	0.272	0	0.727	1.001	0.878	1.287
25#5	0.292	0	0.708	0.977	1.360	1.220
25#6	0.190	0	0.809	0.940	0.977	1.481
30#3	0.167	0.083	0.750	0.651	1.084	1.116
30#4	0.059	0.294	0.647	1.059	1.322	0.810
30#5	0	0	1	0.942	0.965	0.978
30#6	0	0	1	0.670	0.916	0.980
30#7	0.118	0	0.882	0.986	1.478	1.041
30#8	0	0	1	0.586	0.911	0.642

در ادامه به‌صورت شماتیکی نقاط پارتو مربوط به هر سه الگوریتم را به‌صورت هم‌زمان، ارایه می‌دهیم که از روی نمودارهای زیر می‌توان برتری الگوریتم پیشنهادی را نسبت به دو الگوریتم NSGA-II و PAES مشاهده کرد.



شکل ۳ جواب‌های پارتو مربوط به هر الگوریتم در سایز ۳۰ با تعداد۶ مرکز توزیع



شکل ۴ جواب‌های پارتو مربوط به هر الگوریتم در سایز۷۰ با تعداد۱۲مرکز توزیع

۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله مدل برنامه‌ریزی ریاضی مسأله، با در نظر گرفتن پارامتر زمان سفر وسایل نقلیه و شرایط عدم قطعیت ارایه گردید و سپس روش حل پیشنهادی فراابتکاری چندهدفه رقابت استعماری برای مسأله مورد نظر توسعه یافت. الگوریتم پیشنهادی برای مسایل با اندازه‌های مختلف اجرا گردید و عملکرد روش حل پیشنهادی با مقایسه با الگوریتم های NSGA-II و PAES و با در نظر گرفتن چهار شاخص متفاوت به اثبات رسید.

در نظر گرفتن محدودیت زمانی و فاصله‌ای برای هر مسیر، در نظرگرفتن عامل ترافیک در مسیرها، ارایه روش‌های ابتکاری برای حل آن می‌تواند به حوزه‌های قابل توجه برای مطالعات آتی پیشنهاد گردد.

۸- مراجع

[1] Webb M H J. Cost functions in the location of depots for multiple-delivery journeys. Journal of the Operational Research Society. 1968;19: 311-320.

[2] Christofides N, Eilon S. An algorithm for the vehicle-dispatching problem. Journal of the Operational Research Society. 1969;20: 309-318.

[3] Bramel J, Simchi-Levi D. The Logic of Logistics: Theory, Algorithms and Applications for Logistics Management. Journal of the Operational Research Society. 1998;49: 1016-1017.

[4] Salhi S, Rand G K. The effect of ignoring routes when locating depots. European journal of operational research. 1989;39: 150-156.

[5] Min H, Jayaraman V, Srivastava R. Combined location-routing problems: A synthesis and future research directions. European Journal of Operational Research. 1998;108: 1-15.

[6] Tavakkoli-Moghaddam R, Rabbani M, Saremi A, Safaei N. Solving the backhaul vehicle routing problem by genetic algorithms. In 35th International Conference on Computers and Industrial Engineering. 2005: 1905-1910.

[7] Bányai T, Tamás P, Illés B, Stankevičiūtė Ž, Bányai Á. Optimization of municipal waste collection routing: Impact of industry 4.0 technologies on environmental awareness and sustainability. International journal of environmental research and public health. 2019; 16: 634.

[8] Adeleke O O, Idoko S, Kolo S S, Anwar A R, Sijuwola O O, Akinola O. Web-Based Advanced Traveller Information System for Minna Metropolis, Nigeria. Arid Zone Journal of Engineering, Technology and Environment. 2019;15: 1026-1037.

[9] Wang Y, Yuan Y, Guan X, Xu M, Wang L, Wang H, Liu Y. Collaborative two-echelon multicenter vehicle routing optimization based on state–space–time network representation. Journal of Cleaner Production. 2020; 258:120590.

[10] Rafie-Majd Z, Pasandideh S H R, Naderi B. Modelling and solving the integrated inventory-location-routing problem in a multi-period and multi-perishable product supply chain with uncertainty: Lagrangian relaxation algorithm. Computers & chemical engineering. 2018; 109:9-22.

[11] Basso R, Kulcsár B, Sanchez-Diaz I. Electric vehicle routing problem with machine learning for energy prediction. Transportation Research Part B: Methodological. 2021;145:24-55.

[12] Li P, Lan H, Saldanha-Da-Gama F. A bi-objective capacitated location-routing problem for multiple perishable commodities. IEEE Access, 7. 2019; 136729-136742.

[13] Jiménez M, Arenas M, Bilbao A, Rodrı M V. Linear programming with fuzzy parameters: an interactive method resolution. European journal of operational research. 2007; 177:1599-1609.

[14] Knowles J D, Corne DW. The Pareto archived evolution strategy: A new baseline algorithm for Pareto multi-objective optimization. In Congress on Evolutionary Computation (CEC99). 1999;1: 98–105.