



Inventory Control Planning of Economic Production Quantity for Perishable Products under Stochastic Demand

Reza Mirzaie ^a, Heibatollah Sadeghi ^{a*}

^a Department of Industrial Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran.

Original Article

Use your device to scan and read the article online



Citation: Mirzaie R, Sadeghi H. Inventory Control Planning of Economic Production Quantity for Perishable Products under Stochastic Demand. *Industrial Innovations*. 2025;3 (2):99 - 128.

 <https://doi.org/10.61882/jii.3.2.99>

KEYWORDS

Brownian demand;
Perishable items;
Economic production system;
Monte Carlo simulation;
Gradient descent.

ABSTRACT

One of the key issues in contemporary economics and inventory management is the determination of the economic production quantity for perishable products. This problem holds particular significance due to challenges such as product deterioration, imperfect production, stochastic demand, and its dependency on price, which complicate optimal decision-making in real-world supply chains.

In this research, the economic production quantity problem for perishable items under stochastic demand is examined, incorporating realistic assumptions including a constant deterioration rate for products, rework of defective items, full backordering of shortages, demand dependency on selling price under Brownian motion behavior, and an exponentially declining production rate to simulate the progressive deterioration of production equipment over time.

In this problem, the production system manufactures perishable products, a portion of which are defective due to imperfect processes. The system performs rework on defective items to convert them back to perfect-quality products, while also accounting for the gradual decline in production rate resulting from equipment aging. To maximize long-run average profit and prevent excessive costs associated with holding, shortages, and deterioration, the production lot size, backorder level, cycle parameters, and dynamic pricing policy must be optimally determined through joint optimization.

For this purpose, a comprehensive nonlinear stochastic mathematical model is developed with an infinite planning horizon to capture long-term behavior. The model is solved using a hybrid approach combining Monte Carlo simulation for handling stochastic elements and gradient descent for efficient optimization and is executed with a numerical example to demonstrate its applicability. Numerical results indicate that the production decline rate and non-reworkable defective items exert the most significant negative impact on profitability, whereas demand price elasticity dominates the deterioration rate in influencing optimal policies, and gradual price reduction in price-sensitive markets substantially increases profit by stimulating demand and mitigating losses from deterioration.

Extended Abstract

1. Introduction and Research Gap

Despite considerable progress in stochastic inventory and production modelling over the past two decades, existing Economic Production Quantity (EPQ) models for perishable items remain highly fragmented. Most studies adopt simplifying assumptions such as constant production rates, demand that is independent of selling price, non-perishable products, partial backordering, or complete absence of rework processes for defective items. Based on the

* Corresponding author.

E-mail address: h.sadeghi@uok.ac.ir

DOI: <https://doi.org/10.61882/jii.3.2.99>

Received: December 3, 2025; Received in revised form: December 28, 2025; Accepted: December 30, 2025

Article type: Research Paper



comprehensive literature review presented in this study, no prior research has successfully integrated the following six realistic features into a single unified framework; constant deterioration with a separate holding cost for deteriorated units, stochastic demand that is both random and explicitly price-sensitive under Brownian motion behavior, a gradually declining production rate that reflects machinery aging over time, an imperfect production process generating defective items that can be reworked, a full backordering policy with no lost sales, and dynamic pricing treated as a primary decision variable. This substantial research gap severely limits the practical relevance of existing models for industries routinely facing simultaneous equipment degradation, quality imperfections, intense demand volatility, and strong price competition.

2. Model Formulation

The proposed model describes the evolution of both perfect-quality and defective inventory levels while explicitly accounting for a production rate that declines exponentially over time, a constant deterioration rate, a fixed proportion of defective output, a rework process that restores defectives to perfect condition, and stochastic demand that depends on the selling price and follows Brownian motion behavior. All unmet demand is fully backordered. The objective is to maximize the long-run expected average profit per unit time by jointly determining the optimal production lot size, maximum allowable backorder level, production cycle duration, and time-varying pricing policy over an infinite planning horizon.

3. Solution Methodology

Given the highly nonlinear and stochastic nature of the problem, closed-form analytical solutions are not feasible. Expected profit is therefore estimated using Monte Carlo simulation, while continuous decision variables (pricing trajectory and production cycle parameters) are optimized through a gradient descent algorithm that exploits analytical sensitivity information where available. Extensive computational experiments demonstrate that the hybrid approach significantly outperforms pure Monte Carlo simulation, delivering considerably faster convergence and consistently superior profit values across all tested instances.

4. Numerical Results and Sensitivity Analysis

Extensive sensitivity analysis, conducted over a $\pm 50\%$ variation range across all key parameters, consistently reveals that the rate of production decline and the proportion of non-reworkable defective items exert the strongest negative impact on profitability, thereby underscoring the critical importance of preventive maintenance programmes and rigorous quality control initiatives. Demand price elasticity is found to dominate the deterioration rate in determining both the optimal pricing strategy and overall profit level. In markets exhibiting high price sensitivity, adopting a gradual price reduction policy throughout the production–rework cycle yields substantial profit gains. Finally, the proposed hybrid Monte Carlo–gradient descent approach consistently outperforms standalone Monte Carlo simulation, delivering 8–12% higher average profit across all tested scenarios.

5. Managerial Insights

The results offer clear, actionable guidance for practitioners in perishable-goods industries such as food processing, pharmaceuticals, and fresh produce supply chains. Managers should prioritize investment in preventive maintenance programmes to slow production decline and implement rigorous quality-improvement initiatives to minimize non-reworkable defectives. In price-sensitive markets, adopting dynamic pricing strategies that progressively reduce prices during production and rework cycle can effectively stimulate demand, compensate for deterioration losses, and substantially enhance profitability.

6. Conclusions and Future Research

This study presents a fully integrated EPQ framework that simultaneously captures constant deterioration with separate deteriorated-unit holding cost, price-sensitive stochastic Brownian demand, gradually declining production rate, imperfect production with rework capability, full backordering, and dynamic pricing as a core decision variable. The hybrid Monte Carlo–gradient descent methodology, combined with thorough sensitivity analysis, provides a robust, realistic, and computationally efficient decision-support tool for complex perishable supply chains facing multiple sources of uncertainty and operational constraints. Future research may extend the model to multi-echelon supply chains with upstream uncertainty, incorporate environmental considerations such as carbon taxation and green investment incentives, develop multi-product versions.



نوآوری‌های صنعتی

شاپا: ۷۸۱۱-۳۰۹۲



برنامه‌ریزی کنترل موجودی مسئله تولید اقتصادی محصولات فاسد شدنی با در نظر گرفتن تقاضای تصادفی

رضا میرزایی الف، هیبت اله صادقی ب*

الف گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کردستان سنندج، ایران. rmirzaeir@gmail.com

ب گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران. h.sadeghi@uok.ac.ir

چکیده	واژگان کلیدی
از جمله مسائل کلیدی در اقتصاد امروز و مدیریت موجودی، تعیین مقدار تولید اقتصادی برای کالاهای فاسدشدنی است. این مسئله به دلیل چالش‌هایی مانند فسادپذیری محصولات، تولید معیوب، تقاضای تصادفی و وابستگی آن به قیمت، اهمیت ویژه‌ای دارد. در این پژوهش، مسئله تولید اقتصادی کالاهای فاسدشدنی تحت تقاضای تصادفی، با در نظر گرفتن فرضیات واقعی شامل فسادپذیری کالاها با نرخ ثابت، دوباره‌کاری محصولات معیوب، مجاز بودن کمبود به‌صورت پس‌افت کامل، وابستگی تقاضا به قیمت فروش تحت رفتار حرکت براونی و نرخ تولید کاهش‌ی نمایی برای مدل‌سازی فرسودگی تجهیزات بررسی می‌شود. در این مسئله، سیستم تولیدی کالاهای فاسدشدنی تولید می‌کند که بخشی از آنها معیوب است. سیستم دوباره‌کاری را بر روی اقلام معیوب انجام می‌دهد تا آنها را به محصولات سالم تبدیل کند، درحالی‌که کاهش تدریجی نرخ تولید را نیز لحاظ می‌نماید. برای بیشینه‌سازی سود متوسط بلندمدت و جلوگیری از افزایش هزینه‌ها، اندازه انباشته تولید، سطح کمبود، پارامترهای چرخه و سیاست قیمت‌گذاری پویا باید بهینه تعیین شود. برای این منظور، مدل ریاضی غیرخطی تصادفی جامعی با افق برنامه‌ریزی نامحدود ارائه می‌گردد. مدل با رویکرد ترکیبی شبیه‌سازی مونت کارلو و گرادیان نزولی حل شده، با مثال عددی اجرا می‌شود. نتایج عددی نشان می‌دهد که نرخ کاهش تولید و اقلام غیرقابل دوباره‌کاری بیشترین تأثیر منفی بر سودآوری دارند، درحالی‌که کاهش قیمتی تقاضا بر نرخ فساد غلبه کرده و کاهش تدریجی قیمت در بازارهای حساس، سود را به‌طور قابل توجهی افزایش می‌دهد.	تقاضای براونی؛ کالاهای فاسدشدنی؛ سیستم تولید اقتصادی؛ شبیه‌سازی مونت کارلو؛ گرادیان نزولی. تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۹/۱۲ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۱۰/۰۷ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۱۰/۰۹

۱- مقدمه

مدیریت موجودی یکی از ارکان کلیدی در سیستم‌های تولیدی و زنجیره تأمین است که هدف آن بهینه‌سازی سطح موجودی برای کاهش هزینه‌ها یا افزایش سود در سازمان‌های صنعتی می‌باشد. کالاهای فاسدشدنی، مانند مواد غذایی و داروها، به دلیل طول عمر محدود و احتمال فساد، چالش‌های ویژه‌ای در مدیریت موجودی ایجاد می‌کنند. مدیریت ناکارآمد این محصولات می‌تواند به ضایعات گسترده، افزایش هزینه‌ها و کاهش سودآوری منجر شود. مدل‌های کنترل موجودی تولید اقتصادی (EPQ) ابزارهای مؤثری برای بهینه‌سازی فرآیندهای تولید و موجودی این نوع کالاها ارائه می‌دهند.

تحقیقات پیشین در حوزه مدیریت موجودی کالاهای فاسدشدنی عمدتاً بر تقاضای قطعی یا تصادفی با نرخ تولید ثابت

* نویسنده مسئول؛

تمرکز داشته‌اند. برای مثال، براگلی و همکاران [۱] یک سیستم موجودی تک‌محصولی با تقاضای تصادفی و فساد را بررسی کرد و با استفاده از سیاست (r, Q) ، مقدار سفارش و نقطه سفارش مجدد را برای کمینه‌سازی هزینه کل بهینه نمود. این مطالعه از فرآیند براونی استاندارد $W(t)$ با توزیع نرمال، میانگین صفر و واریانس t برای مدل‌سازی تقاضای تصادفی استفاده کرد، اما نرخ تولید را ثابت فرض نمود و وابستگی تقاضا به قیمت را نادیده گرفت. به‌طور مشابه، فدرگروئن [۲] شرایط یکنواختی برای سیاست‌های (r, Q) را در سیستم‌های موجودی تصادفی تحلیل کرد، اما به کالاهای فاسدشدنی نپرداخت. کوگان [۳] سیستم‌های تولیدی با تقاضای تصادفی وابسته به قیمت را بررسی کرد و نشان داد که قیمت‌گذاری پویا می‌تواند شکاف سود ناشی از نرخ تولید ثابت را کاهش دهد، اما فسادپذیری محصولات را در نظر نگرفت. صادقی و همکاران [۴] یک مدل EPQ با تقاضای متغیر و خرابی تصادفی ماشین‌آلات ارائه کردند که امکان کمبودهای پس‌افت را در نظر گرفت، اما نرخ تولید را ثابت فرض نمود. همچنین، صادقی و همکاران [۵] یک سیستم تولید-موجودی یکپارچه با تقاضای گسسته و کمبودهای مجاز را بررسی کردند، اما به تقاضای وابسته به قیمت و نرخ تولید وابسته به زمان نپرداختند. لاین [۶] یک مدل EPQ با تقاضای براونی و فرآیندهای تولید ناقص ارائه کرد، اما نرخ تولید را ثابت فرض کرد و وابستگی تقاضا به قیمت را نادیده گرفت.

با وجود پیشرفت‌های قابل توجه در مدل‌سازی موجودی، اکثر مطالعات موجود یا نرخ تولید را ثابت فرض کرده‌اند، یا تقاضای وابسته به قیمت را نادیده گرفته‌اند، یا به کالاهای غیرفاسدشدنی محدود شده‌اند. تعداد محدودی از تحقیقات به‌طور هم‌زمان تقاضای تصادفی وابسته به قیمت، نرخ تولید وابسته به زمان و فرآیند دوباره‌کاری محصولات معیوب را در یک مدل EPQ برای کالاهای فاسدشدنی بررسی کرده‌اند. این محدودیت‌ها باعث شده که مدل‌های موجود نتوانند چالش‌های عملیاتی، مانند فرسودگی تجهیزات تولیدی یا نوسانات تقاضا در بازارهای رقابتی، را به‌طور کامل منعکس کنند.

این پژوهش یک مدل ریاضی برای سیستم EPQ با کالاهای فاسدشدنی ارائه می‌دهد. تقاضا به‌صورت تصادفی و وابسته به قیمت مدل‌سازی شده است، که در آن بخش تصادفی به‌صورت فرآیند براونی استاندارد با توزیع نرمال، میانگین صفر و واریانس t است و برای شبیه‌سازی نوسانات تصادفی تقاضا به کار می‌رود. نرخ تولید به‌صورت روند کاهشی تعریف شده تا فرسودگی تجهیزات تولیدی را منعکس کند. محصولات معیوب با نرخ ثابت تولید شده و از طریق فرآیند دوباره‌کاری به محصولات باکیفیت تبدیل می‌شوند. کمبودها به‌صورت پس‌افت مجاز هستند و در چرخه بعدی برآورده می‌شوند. هدف این مدل، تعیین مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم (مانند مقدار تولید و قیمت فروش) برای بیشینه‌سازی سود متوسط در واحد زمان است. این پژوهش با استفاده از یک رویکرد ترکیبی مبتنی بر روش‌های مونت کارلو و گرادیان نزولی، سیاست‌های بهینه را محاسبه کرده و با تحلیل حساسیت، بینش‌های مدیریتی را برای صنایعی مانند زنجیره تأمین سرد مواد غذایی و دارویی ارائه می‌دهد. نتایج این مطالعه می‌تواند به بهبود مدیریت موجودی در محیط‌های واقعی با عدم قطعیت‌های پیچیده کمک کند.

۲- مروری بر ادبیات

در دو دهه اخیر، مدل‌های کنترل موجودی کالاهای فاسدشدنی تحت تقاضای تصادفی براونی، تولید ناقص، دوباره‌کاری، کمبود پس‌افت و قیمت‌گذاری پویا به یکی از حوزه‌های پویا و روبه رشد در تحقیق در عملیات و مهندسی صنایع تبدیل شده است. پژوهش‌های این حوزه را می‌توان به گروه‌های اصلی، مدل‌های موجودی براونی بدون فسادپذیری، مدل‌های موجودی براونی با فسادپذیری، مدل‌های کمیت تولید اقتصادی با تولید ناقص و دوباره‌کاری، مدل‌های قیمت‌گذاری پویا و کنترل مشترک موجودی، مدل‌های اخیر پایدار، زیست‌محیطی و چندسطحی تقسیم کرد. این بررسی‌ها زمینه مناسبی برای شناسایی خلاءهای موجود فراهم می‌آورند. براگلی و همکاران [۱] سیستم موجودی تک‌محصولی و تک‌مکانی با زوال مداوم موجودی را بررسی کردند. تقاضا تصادفی، زمان تحویل مثبت و کمبود به‌صورت ترکیبی پس‌افت و فروش از دست‌رفته مجاز بود. موجودی به‌صورت پیوسته مرور و سیاست (Q, r) اعمال شد. آن‌ها نشان دادند که مدل پیشنهادی تقریب بسیار دقیقی از سیاست بهینه ارائه می‌دهد و نسبت به مدل‌های هیوربستیک پیشین برتری دارد. فدرگروئن و وانگ [۲] ویژگی‌های یکنواختی پارامتر سیاست بهینه - یعنی سطح سفارش مجدد بهینه، مقدار سفارش بهینه، مقدار هزینه بهینه - را به‌عنوان تابعی از عوامل بنیادین مدل استخراج کردند. نتایج به‌صورت پیامدهایی از چند قضیه کلی به‌دست آمد برای حالت پیوسته و گسسته پارامترها اثبات شد. باین‌حال به کالاهای

فاسدشدنی نپرداخته و نرخ تولید را ثابت فرض کرده که در محیط‌های تولیدی واقعی محدودیت ایجاد می‌کند. کوگان و خملیتسکی [۳] سیستم تولیدی با نرخ تولید ثابت و غیرقابل تنظیم فوری را مطالعه کردند که تقاضا تصادفی و وابسته به قیمت است. هدف، انتخاب نرخ تولید ثابت و قیمت وابسته به زمان برای بیشینه‌سازی سود مورد انتظار بود. این سیستم با یک سیستم معیار دارای نرخ تولید و قیمت قابل تنظیم مقایسه شد. نتایج نشان داد که قیمت‌گذاری پویا می‌تواند بخشی از زیان ناشی از عدم انعطاف‌پذیری تولید را جبران کند، در سطوح بالای عدم قطعیت این جبران محدود است. اما فسادپذیری محصولات و تقاضای براونی را نادیده گرفته است. وی و یائو [۷] سیستم موجودی پیوسته با تقاضای براونی وابسته به موجودی و هزینه سفارش تابعی عمومی از مقدار سفارش را بررسی کردند. با رویکرد کران پایین، بهینگی سراسری سیاست (s,S) را برای معیار میانگین هزینه بلندمدت اثبات نمودند. یائو، چائو و وو [۸] سیستم موجودی با هزینه سفارش فزاینده و مقعر و تقاضای براونی را تحت معیار هزینه میانگین تحلیل کردند. با رویکرد کران پایین نشان دادند که سیاست بهینه تنها با یک جفت (s,S) تعیین می‌شود، برخلاف نسخه گسسته‌زمانی که نیاز به دنباله‌ای از جفت‌ها دارد. این مدل برتری سیاست ساده (s,S) را اثبات کرد، اما محدودیت عدم ترکیب فسادپذیری و تولید ناقص را دارد.

یائو [۹] سیستم موجودی افق بی‌نهایت با مرور پیوسته و تقاضای تجمعی وابسته به قیمت و براونی را مطالعه کرد. تقاضای مازاد به صورت پس‌افت و هزینه سفارش شامل جزء ثابت و متناسب بود. در مدل بررسی شده کمبود مجاز بوده اما نرخ تولید کاهشی و دوباره اقلام معیوب در نظر گرفته نشده است. همچنین چن، وو و یائو [۱۰] بر مزایای قیمت‌گذاری پویا وابسته به موجودی تمرکز کردند. نشان دادند که نوسان‌پذیری تقاضا نه تنها از طریق دامنه بلکه از طریق شکل تابعی بر سود تأثیر می‌گذارد. روشی ارائه شد که بدون حل مستقیم مسئله پویا، بهبود سود نسبت به قیمت‌گذاری ثابت را کمی‌سازی می‌کند. نتایج عددی نشان داد که این روش سود را تا ۳۰ درصد افزایش می‌دهد، فسادپذیری و تقاضای براونی وابسته به قیمت همزمان بررسی نشده است. شوانگچی، یائو و ژانگ [۱۱] سیستم موجودی مرور پیوسته با تقاضای براونی دارای شیب مثبت و هزینه راه‌اندازی تابعی عمومی از مقدار سفارش را بررسی کردند. هزینه نگهداری/کمبود محذب فرض شد. با رویکرد کران پایین، سیاست سفارش بهینه که هزینه میانگین بلندمدت را کمینه می‌کند استخراج گردید. همچنین آویناداو [۱۲] سیستم موجودی مرور دوره‌ای با تقاضای براونی یا پواسون و هزینه‌های انباشته‌شده پیوسته در طول دوره را مطالعه کرد. هزینه‌های مورد انتظار و معادله بهینگی بدست آوردند، آن‌ها در مسئله مورد بررسی دوباره کاری و قیمت‌گذاری را در نظر نگرفته‌اند.

لین [۱۳] مدل کنترل تولید-موجودی با سطح موجودی تحت حرکت براونی بازتابی و کمبود جزئی (ترکیبی پس‌افت و فروش ازدست‌رفته) را بررسی کرد. سیاست کنترل تولید دوآستانه‌ای (m,M) اعمال شد نرخ تولید را در آستانه‌ها تغییر می‌دهد. پارامترهای بهینه m و M با کمینه‌سازی هزینه میانگین بلندمدت تعیین گردید. لین [۶] مدل کمیت تولید اقتصادی با فرآیند تولید ناقص، دوباره کاری ناقص و تقاضای براونی دارای شیب مثبت را توسعه داد. تقاضای برآورده‌نشده کاملاً پس‌افت و اقلام معیوب جداگانه ذخیره و دوباره کاری می‌شوند. عبارات بسته برای هزینه کل و سیاست بهینه تولید (اندازه انباشته و سطح کمبود) استخراج شد. این مدل نشان داد که افزایش شیب براونی اندازه انباشته را ۲۰ درصد افزایش می‌دهد، اما وابستگی تقاضا به قیمت و فسادپذیری را لحاظ نکرده است. کیتاوا و همکاران [۱۴] مدل موجودی تصادفی برای اقلام با فساد پیوسته، تقاضای وابسته به قیمت و زمان تحویل غیرصفر را ارائه کردند. فرآیند تقاضا پواسون مرکب وابسته به قیمت است که با براونی تقریب می‌شود. هدف تعیین قیمت بهینه برای بیشینه‌سازی سود میانگین بود. نتایج عددی نشان داد که این تقریب دقت ۹۵ درصد دارد، اما نرخ تولید را ثابت فرض کرده‌اند و دوباره کاری را لحاظ نکرده‌اند.

جرمز و فان فورست [۱۵] سیستم تولید-موجودی با ظرفیت محدود و هزینه راه‌اندازی ثابت را مطالعه کردند. تقاضا ترکیبی از پواسون مرکب و نرخ ثابت است و نرخ تولید ثابت بدون لحاظ دوباره کاری مدل‌سازی شده است. پینگ کائو و داچنگ یائو [۱۶] کنترل همزمان نرخ تأمین پیوسته و سفارش‌های لحظه‌ای ناگهانی را در سیستم موجودی/تولید تصادفی تحت معیار هزینه میانگین بررسی کردند. با فرض غیرمنفی بودن موجودی و غیر فاسدشدنی بودن محصول، سیاست بهینه ترکیبی از نوع باند کنترلی ضربه‌ای همراه با نرخ رانش بهینه وابسته به موجودی تعیین شد. صادقی و گل‌پیرا [۵] سیستم یکپارچه تولید-موجودی

با کمبود و تحویل‌های گسسته را بهینه‌سازی کردند. مدل بهبود سود را تا ۱۵ درصد نشان داد، اما به تقاضای براونی وابسته به قیمت و فسادپذیری نپرداخت. گانگ و همکاران [۱۷] سیاست (S,S) را برای کالاهای فاسدشدنی با تقاضای براونی و زمان تحویل صفر بهینه کردند و شرط پذیرش سفارش پشتیبان را تعیین نمودند. سود خرده‌فروش را بیشینه کرد، اما قیمت‌گذاری پویا و نرخ تولید کاهشی را در نظر نگرفته است.

ساتو و همکاران [۱۸] مدل تصادفی موجودی در زنجیره تأمین با بازده تصادفی، تقاضای براونی و قراردادهای هماهنگی را بررسی کردند. نتایج نشان داد که قراردادهای هماهنگی را ۲۵ درصد افزایش می‌دهند، اما نرخ تولید کاهشی فسادپذیری محصولات را در نظر نگرفتند. ویولی و همکاران [۱۹] چالش‌های مدیریت موجودی محصولات فاسدشدنی تحت عدم قطعیت را با مدل‌سازی سناریو محور و معیار ریسک CVaR مطالعه کردند. چارچوب پیشنهادی امکان تنظیم سطح ریسک‌پذیری را فراهم می‌کند و در مطالعه موردی شرکت کشاورزی-غذایی ایتالیا کاهش ضایعات و بهینه‌سازی هزینه‌ها را نشان داد. این کار، پایداری زنجیره تأمین را بهبود بخشید، اما تولید ناقص و دوباره‌کاری را در مدل لحاظ نکردند. جفرسون آتو دا کروز و همکاران [۲۰] چارچوب جامع تولید و توزیع محصولات فاسدشدنی با محدودیت‌های ظرفیت و زمان تحویل را با برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط و حل دقیق ارائه دادند. رویکرد چرخشی افق نشان داد که مدل ضایعات را تا ۳۰ درصد کاهش می‌دهد، اما وابستگی تقاضا به قیمت و نرخ تولید کاهشی را نادیده گرفته است.

تشیانگی و همکاران [۲۱] مدل دوسطحی زنجیره تأمین برای محصولات فاسدشدنی با نرخ تولید متغیر، تقاضای وابسته به موجودی و مواد اولیه ناقص را گسترش دادند. دو سناریو برای مواد ناقص (فروش تخفیفی یا نگهداری و بازگشت) بررسی شد. تحلیل ریاضیاتی نشان داد که نگهداری ناقص هزینه را ۱۵ درصد کاهش می‌دهد، اما فرآیند دوباره-کاری ناقص را ترکیب نکرده است. نوبا و همکاران [۲۲] مدل موجودی با تقاضای نامی، فساد و بیول سه پارامتری و کمبود جزئی را ارائه کردند. استفاده از توابع هایپرژومتریک بهینه‌سازی هزینه‌ها را تسهیل کرد. این مدل در مطالعه موردی رستوران کارایی خود را در کاهش هزینه و ضایعات نشان داد، اما نرخ تولید کاهشی و قیمت‌گذاری پویا را ادغام نکرده است. مخرجی و همکاران [۲۳] مدل اقتصادی تولید و موجودی کالاهای فاسدشدنی با تقاضای حساس به قیمت و سطح سبز بودن کالا تحت عدم قطعیت ارائه دادند. فناوری حفظ محصول، سرمایه‌گذاری در آن و چهار سیاست مالیات کربنی لحاظ شد. پارامترهای هزینه با متغیرهای فازی-تصادفی مدل‌سازی گردید. نتایج عددی نشان داد که این ترکیب سود را ۲۰٪ افزایش و پایداری زیست‌محیطی را بهبود می‌بخشد، اما تقاضای براونی و تولید ناقص را ترکیب نکرده است. سیریروک و کوتکانگپو [۲۴] مدل کمیت سفارش بهینه برای محصولات فاسدشدنی تحت سیاست (Q,r) با تقاضای تصادفی و زمان تحویل مثبت را توسعه دادند. این مدل، بهینه‌سازی را در شرایط واقعی نشان داد، اما فرآیند دوباره‌کاری ناقص و نرخ تولید کاهشی را نادیده گرفته است.

چارلز و آپاناپودور [۲۵] سیاست سفارش دوگانه‌ای برای سیستم موجودی با عمر ثابت ارائه کردند که تقاضا را با توزیع سه پارامتری وایبل مدل‌سازی می‌کند و تصمیم تجدید موجودی را بر پایه عمر مفید باقی‌مانده اقلام می‌گیرد. مدل پیشنهادی، هزینه انقضا را ۴۰/۵ درصد کاهش داد و نشان داد که تخمین دقیق تقاضا و کنترل پویای موجودی برای کالاهای فاسدشدنی ضروری است. اما تقاضای براونی و وابسته به قیمت و همچنین تولید محصول معیوب و دوباره‌کاری را لحاظ نکرده‌اند. ستی و همکاران [۲۶] مدل دو انباری برای کالاهای فاسدشدنی با فساد گاما و تقاضای غیرخطی را با الگوریتم ژنتیک بهینه‌سازی کردند. نتایج نشان داد که سیاست تخلیه اول از انبار اجاره‌ای هزینه را ۲۵٪ کاهش می‌دهد در محیط‌های عملیاتی حساس به قیمت عملکرد خوبی دارد، اما نرخ تولید کاهشی و عدم قطعیت براونی را در نظر نگرفته است. شیخ و همکاران [۲۷] مدل موجودی مقاوم برای کالاهای فاسدشدنی تحت عدم قطعیت همزمان تقاضا و عرضه را با برنامه‌ریزی غیرخطی و تحلیل سناریو ارائه دادند. شبیه‌سازی مونت‌کارلو و الگوریتم‌های فراابتکاری نشان داد که مدل هزینه ضایعات و کمبود را تا ۳۰٪ کاهش می‌دهد، اما قیمت‌گذاری پویا و دوباره‌کاری را ترکیب نکرده است. صادقی، فاروقی و صیدی [۲۸] سیاست بهینه بازپرسازی در سیستم یکپارچه فروشنده-خریدار با دریافت چندگانه را تعیین کردند. این پژوهش، هماهنگی زنجیره را بهبود بخشید اما کالاهای فاسدشدنی و نرخ تولید کاهشی را بررسی نکرده است.

اتان و همکاران [۲۹] تأثیر نمایش و تخفیف کالاهای فاسدشدنی بر سود خرده‌فروشی و ضایعات را بررسی کردند. بهینه‌سازی نمایش و تخفیف سود را ۶٪ افزایش و ضایعات را بیش از ۲۱٪ کاهش داد. این پژوهش، رویکردی نوآورانه ارائه داد. زویرزچوفسکی و آدامیاک [۳۰] مسئله مدیریت زنجیره تأمین موجودی کالاهای فاسدشدنی را در یک سیستم چندانباری (یک انبار توزیع‌کننده اصلی و چندین انبار انتهایی کوچک) بررسی کردند. تقاضای هر انبار انتهایی ترکیبی از تقاضای قراردادی از پیش تعیین‌شده و تقاضای تصادفی مشتریان است و بخشی از محصول در حین حمل و نگهداری فاسد می‌شود. نویسندگان با بهره‌گیری از استراتژی کنترل حالت لغزشی مبتنی بر مسیر مرجع، سیاستی پیشنهاد کردند که رضایت کامل تقاضا در تمام سطوح سیستم را تضمین می‌کند و اثر زمان تأخیر متفاوت تأمین‌کنندگان را نیز جبران می‌نماید.

کیتاوا و کائو [۳۱] مدل کنترل موجودی خرده‌فروشی با تقاضای تصادفی و قیمت‌گذاری پویا را برای کالاهای فاسدشدنی توسعه دادند. برنامه‌ریزی پویا سیاست‌های قیمت‌گذاری را استخراج کرد و نتایج کاهش کمبود و ضایعات را تا ۲۵٪ نشان داد، اما نرخ تولید کاهشی و دوباره‌کاری را لحاظ نکردند. جاگادسان و همکاران [۳۲] مدل تصادفی موجودی تک‌محصولی فاسدشدنی با فرآیند سه‌حالتی مارکوف را بررسی کردند. شاخص‌های عملکردی مانند تعداد متوسط اقلام موجود و سود سیستم استخراج شد نقش کلیدی پارامترهای محیطی را نشان داد، اما تقاضای وابسته به قیمت و سیستم تولید با نرخ تولید متغیر را مدلسازی نکرده‌اند. صادقی و محمودی [۳۳] مدل موجودی چند هدفه با زمان تدارک تصادفی را توسعه دادند. این مدل با روش‌های چند هدفه عدم‌قطعیت زمان تحویل را بهینه‌سازی کرد و سود را ۱۰٪ افزایش داد، اما فسادپذیری کالاها و تقاضای براونی را در نظر نگرفته است. با وجود پیشرفت‌های قابل‌توجه در پژوهش‌های پیشین، بررسی جامع ادبیات و جدول مقایسه‌ای (جدول ۱) نشان می‌دهد که تاکنون هیچ مطالعه‌ای موفق به ادغام همزمان تمامی ویژگی‌های کلیدی مانند کالای فاسدشدنی با نرخ فساد ثابت به‌گونه‌ای که محصولات فاسدشده همچنان بخشی از موجودی فیزیکی محسوب شده و هزینه نگهداری آن‌ها نیز متحمل می‌گردد، فرآیند تولید متغیر همراه با دوباره‌کاری، تقاضای تصادفی براونی وابسته به قیمت، نرخ تولید کاهشی، سیاست کمبود کاملاً پس‌افت بدون هیچ‌گونه فروش از دست‌رفته، قیمت‌گذاری پویا به‌عنوان متغیر تصمیم اصلی گفته نشده است. پژوهش حاضر با ارائه مدلی که تمامی این ویژگی‌های پیچیده و واقعی را به‌طور همزمان در چارچوب کمیت تولید اقتصادی برای کالاهای فاسدشدنی ادغام می‌نماید، گامی مؤثر در جهت توسعه ادبیات موضوع برمی‌دارد و ابزاری کاربردی برای تصمیم‌گیری در صنایع حساس به زمان و کیفیت در محیط‌های رقابتی و پرنوسان فراهم می‌آورد.

جدول ۱ مروری بر پیشینه تحقیق

نویسنده	قیمت‌گذاری	کالا فاسدشدنی	تقاضای براونی	تقاضا وابسته به قیمت	کمبود	محصول معیوب و دوباره‌کاری	نرخ تولید
براگلیا و همکاران [۱]	-	✓	✓	-	✓	-	-
فدرگروئن [۲]	-	-	تقاضای تصادفی	-	✓	-	-
کوگان [۳]	✓	-	-	✓	✓	-	ثابت
وی و یائو [۷]	-	-	✓	-	-	-	-
یائو، چائو و وو [۸]	-	-	✓	-	✓	-	-
چن و همکاران [۱۰]	✓	-	✓	✓	✓	-	-
هسین-جن لین [۱۳]	-	-	✓	-	✓	-	ثابت
هسین-جن لین [۶]	-	-	✓	-	✓	✓	ثابت
گانگ و همکاران [۱۷]	-	✓	✓	-	✓	-	-
کیتاوا و همکاران [۳۱]	✓	✓	✓	✓	-	-	-
ویولی و همکاران [۱۹]	-	✓	-	-	✓	-	-
تشیانگی و همکاران [۲۱]	-	✓	-	وابسته به موجودی	✓	فقط در مواد اولیه	متغیر
جین و همکاران [۳۴]	✓	-	-	✓	✓	✓	ثابت

نویسنده	قیمت‌گذاری	کالا فاسدشدنی	تقاضای براونی	تقاضا وابسته به قیمت	کمبود	محصول معیوب و دوباره‌کاری	نرخ تولید
مخرجی و همکاران [۲۳]	✓	✓	فازی-تصادفی	✓	✓	-	ثابت
سایلان و آدمیر [۳۵]	-	✓	-	-	-	✓	ثابت
شیخ و همکاران [۲۷]	✓	✓	-	✓	✓	-	ثابت
این تحقیق	✓	✓	✓	✓	✓	✓	متغیر

با وجود پیشرفت‌های قابل توجه در مدل‌سازی سیستم‌های موجودی کالاهای فاسدشدنی تحت تقاضای تصادفی براونی، بررسی جامع ادبیات نشان می‌دهد که مطالعات موجود موفق به ادغام همزمان ویژگی‌های کلیدی زیر در یک مدل کمیت تولید اقتصادی (EPQ) شامل (الف) کالای فاسدشدنی با نرخ فساد ثابت و هزینه نگهداری اقلام معیوب/فاسدشده؛ (ب) تقاضای تصادفی براونی استاندارد که به صورت همزمان وابسته به قیمت فروش باشد؛ (ج) نرخ تولید متغیر و به طور خاص کاهش‌ی‌نمایی در طول زمان به منظور مدل‌سازی فرسودگی تجهیزات؛ (د) فرآیند تولید ناقص همراه با امکان دوباره‌کاری اقلام معیوب؛ (ه) سیاست کمبود و (و) قیمت‌گذاری پویا به عنوان یکی از متغیرهای تصمیم اصلی مدل نشده‌اند. نزدیک‌ترین پژوهش‌ها معمولاً تنها بخشی از این ویژگی‌ها را پوشش می‌دهند و یا نرخ تولید را ثابت فرض می‌کنند، یا تقاضای وابسته به قیمت و فسادپذیری را به صورت همزمان لحاظ نمی‌نمایند، یا سیاست کمبود را به صورت جزئی در نظر می‌گیرند. در نتیجه، خلأ تحقیقاتی معناداری در ارائه مدلی یکپارچه وجود دارد که بتواند تمامی این محدودیت‌های عملیاتی و بازاری را به طور همزمان منعکس کند؛ خلأیی که پژوهش حاضر با ارائه یک مدل ریاضی نوین و حل ترکیبی آن به منظور بیشینه‌سازی سود متوسط در واحد زمان، آن را پر می‌نماید.

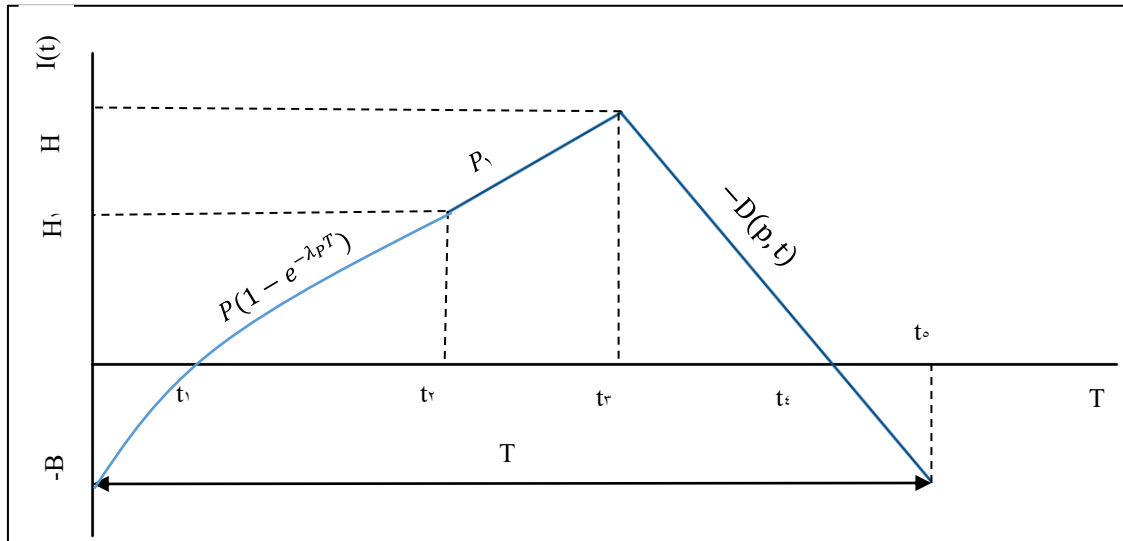
۳- توصیف مدل

این پژوهش یک مدل تولید اقتصادی (EPQ) را برای مدیریت موجودی کالاهای فاسدشدنی، مانند مواد غذایی و داروها، توسعه می‌دهد که با هدف بیشینه‌سازی سود متوسط در واحد زمان، سیاست‌های بهینه تولید و قیمت‌گذاری را تعیین می‌کند. مسئله مورد بررسی، مدیریت موجودی در یک سیستم تولیدی تک‌محصولی است که با تقاضای تصادفی وابسته به قیمت، نرخ تولید وابسته به زمان، فسادپذیری محصولات و تولید محصولات معیوب مواجه است. تقاضا از یک فرآیند براونی استاندارد پیروی می‌کند که به صورت تابعی کاهش‌ی از قیمت تعریف شده و نوسانات تصادفی را منعکس می‌کند. نرخ تولید با گذشت زمان کاهش می‌یابد تا فرسودگی تجهیزات تولیدی را شبیه‌سازی کند. محصولات با نرخ ثابت دچار فساد می‌شوند، که به عنوان درصدی از سطح موجودی تعریف شده و به ضایعات منجر می‌شود. بخشی از محصولات تولیدی معیوب هستند و از طریق فرآیند دوباره‌کاری به محصولات باکیفیت تبدیل می‌شوند. کمبودها به صورت پس‌افت مجاز بوده و در ابتدای سیکل بعدی برآورده می‌شوند.

رفتار سطح موجودی در یک سیکل تولیدی به پنج بازه زمانی تقسیم می‌شود، که در شکل ۱ نشان داده شده است. در بازه اول (t_1)، سیستم دچار کمبود است و تولید آغاز می‌شود تا سطح موجودی از مقدار منفی به صفر برسد. در بازه دوم (قبل)، تولید ادامه می‌یابد، اما وجود محصولات معیوب، شیب افزایش موجودی را کاهش می‌دهد. در بازه سوم (t_2)، فرآیند دوباره‌کاری محصولات معیوب انجام شده و سطح موجودی به حداکثر می‌رسد، در حالی که تولید متوقف می‌شود. در بازه چهارم (t_3)، موجودی برای پاسخگویی به تقاضای مشتریان مصرف شده و به صفر می‌رسد. در نهایت، در بازه پنجم (t_4)، تقاضاهای معوقه انباشته شده و برای سیکل بعدی ذخیره می‌شوند. متغیرهای تصمیم اصلی مدل شامل زمان پایان جبران کمبود اولیه (t_1)، زمان پایان تولید اصلی (t_2) و سیاست قیمت‌گذاری پویا در طول چرخه هستند. زمان t_1 ، مدت لازم برای جبران کمبودهای انباشته شده از چرخه قبلی را تعیین می‌کند؛ مقدار کوچکتر آن کمبود را کاهش می‌دهد و تولید را سریع‌تر به فاز انباشت موجودی هدایت می‌نماید، در حالی که مقدار بزرگتر آن اجازه انباشت کمبود بیشتر را می‌دهد تا هزینه‌های تولید و نگهداری متعادل شود. زمان t_2 ، مدت زمان کلی تولید اصلی را مشخص می‌سازد؛ افزایش آن حجم تولید را بالا می‌برد، اما با توجه به نرخ کاهش‌ی تولید و وجود اقلام معیوب، هزینه‌های مرتبط با فساد و نگهداری را نیز افزایش می‌دهد. سیاست قیمت‌گذاری پویا نیز مسیر زمانی قیمت را در بازه‌های مختلف چرخه کنترل می‌کند و اجازه می‌دهد قیمت بر اساس سطح موجودی و زمان تنظیم شود تا تقاضا به طور بهینه تحریک

گردد. برای مثال، در بازاری با کشش قیمتی بالا، الگوریتم بهینه‌سازی ممکن است t_1 را کوتاه‌تر انتخاب کند تا کمبود محدود شود و همزمان قیمت را در بازه‌های مصرف موجودی (t_2 و t_3) به تدریج کاهش دهد و تقاضا را افزایش دهد؛ در مقابل، در بازاری با کشش قیمتی پایین، t_2 طولانی‌تر تعیین می‌شود تا تولید بیشتری انجام گیرد و قیمت نسبتاً ثابت و بالاتر حفظ شود، زیرا تغییرات قیمت تأثیر محدودی بر تقاضا دارد. این متغیرها به‌طور همزمان بهینه‌سازی می‌شوند تا تعادل مطلوب بین هزینه‌ها و درآمد برقرار گردد.

مدل با افق برنامه‌ریزی نامحدود و مرور پیوسته طراحی شده است. برای محاسبه سیاست‌های بهینه، از یک رویکرد ترکیبی مبتنی بر شبیه‌سازی مونت کارلو و بهینه‌سازی گرادیان نزولی استفاده شده که متغیرهای تصمیم شامل زمان پایان کمبود (t_1)، زمان پایان تولید (t_2) و قیمت فروش را تعیین می‌کند.



شکل ۱ نمودار سطح موجودی مسئله مورد بررسی

۳-۱- مفروضات مدل

مدل پیشنهادی کمبود کالا مجاز است و به‌صورت پس‌افت مدیریت می‌شود، یعنی تقاضای برآورده‌نشده در سیکل بعدی قابل جبران است و در سیکل بعدی ابتدا کمبودها جبران شده و سپس محصولات مازاد بر تقاضا و کمبود در انبار نگهداری می‌گردد. علاوه بر این تقاضای محصول نهایی وابسته به قیمت فروش است و مقدار آن تصادفی بوده و بر اساس فرآیند براونی مدل‌سازی می‌شود تا نوسانات واقعی بازار را نشان دهد. محصولات تولید شده فاسدشدنی هستند و میزان محصول فاسدشدنی در هر سیکل، به‌صورت درصدی ثابت از سطح موجودی فعلی تعریف می‌شود. همچنین در حین تولید اگر محصولی از لحاظ کیفی معیوب تشخیص داده شود، قابلیت دوباره‌کاری دارند و از طریق فرآیند مناسب به محصولات سالم تبدیل می‌شوند. همچنین، نرخ تولید وابسته به زمان است و باگذشت زمان کاهش می‌یابد تا فرسودگی تدریجی ماشین‌آلات را مدل‌سازی کند. در نهایت همچنین افق برنامه‌ریزی نامحدود در نظر گرفته شده تا تمرکز بر سود متوسط بلندمدت باشد. این مفروضات کلیدی مدل به‌صورت زیر فهرست شده‌اند.

۱. کمبود مجاز بوده و به‌صورت پس‌افت است.
۲. تقاضا محصول نهایی به‌صورت وابسته به قیمت و دارای مقدار تصادفی به‌صورت فرآیند براونی است.
۳. محصولات نهایی فاسدشدنی بوده و میزان محصول فاسد شده به‌صورت درصدی ثابت از سطح موجودی تعریف می‌شود.
۴. افق برنامه‌ریزی نامحدود است.
۵. محصولات معیوب قابلیت دوباره‌کاری دارند.

۶. نرخ تولید محصول، وابسته به زمان بوده و باگذشت زمان کاهش می‌یابد.

نمادها و پارامترهای مورد استفاده در مدل‌سازی مسئله به شرح زیر است:

$P(t)$	نرخ تولید وابسته به زمان در لحظه t
λ	نرخ کاهش تولید به دلیل فرسودگی تجهیزات
P_1	نرخ دوباره-کاری محصولات معیوب در واحد زمان
Q	مقدار کل تولید انباشته در هر سیکل
B	سطح مجاز کمبود (پس‌افت) در هر سیکل
K	هزینه ثابت راه‌اندازی تولید
C_r	هزینه دوباره-کاری محصولات معیوب (شامل هزینه بازرسی)
C_s	هزینه دفع اقلام غیرقابل دوباره‌کاری
h	هزینه نگهداری کالاهای سالم و باکیفیت در واحد زمان
h_1	هزینه نگهداری محصولات معیوب دوباره-کاری شده در واحد زمان
b	هزینه کمبود هر واحد کالا در واحد زمان
H_1	حداکثر سطح موجودی در پایان فرآیند تولید منظم
H	حداکثر سطح موجودی در پایان فرآیند دوباره‌کاری

متغیرهای تصمیم

t_1	زمان پایان بازه کمبود که سطح موجودی از مقدار منفی به صفر می‌رسد.
t_2	زمان پایان تولید که بعد از آن فرآیند دوباره-کاری محصولات معیوب آغاز می‌شود.
p	قیمت فروش محصول نهایی

متغیرهای وابسته

$I(t)$	سطح موجودی در زمان (t)
Q	مقدار کل تولید در هر سیکل، محاسبه شده از t_1 ، t_2 و نرخ تولید
t_3	زمان پایان بازه دوباره‌کاری، که فرآیند دوباره-کاری محصولات معیوب به اتمام می‌رسد.
t_4	زمان پایان بازه مصرف موجودی که سطح موجودی به صفر می‌رسد.
t_5	زمان پایان سیکل که تقاضاهای معوقه برای سیکل بعدی انباشته می‌شوند.

برای یافتن سیاست‌های بهینه تولید و قیمت‌گذاری، از یک رویکرد ترکیبی مبتنی بر شبیه‌سازی مونت کارلو و بهینه‌سازی گرادیان نزولی استفاده شده است. شبیه‌سازی مونت کارلو برای مدل‌سازی تقاضای تصادفی و ارزیابی سناریوهای مختلف به کار می‌رود، درحالی‌که بهینه‌سازی گرادیان نزولی مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم (t_1) ، (t_2) و قیمت فروش را محاسبه می‌کند. این رویکرد امکان کاوش جامع فضای راه‌حل را فراهم کرده و با تحلیل حساسیت، بینش‌های مدیریتی برای تنظیم تولید و قیمت‌گذاری

در شرایط عدم قطعیت ارائه می‌دهد. مدل پیشنهادی برای صنایعی مانند زنجیره تأمین سرد مواد غذایی و دارویی کاربرد دارد و به کاهش ضایعات و افزایش کارایی عملیاتی کمک می‌کند.

۴-مدل سازی ریاضی

در این بخش، یک مدل ریاضی برای سیستم کنترل موجودی تولید اقتصادی (EPQ) با کالاهای فاسدشدنی، تقاضای تصادفی و وابسته به قیمت و نرخ تولید وابسته به زمان ارائه می‌شود که رابطه آن به صورت رابطه (۱) است.

$$D(p, t) = a - bp + \sigma W(t) = \lambda(t, p) + \sigma W(t) \quad (1)$$

که در آن p قیمت فروش، a و b پارامترهای مثبت ثابت، σ شدت نوسانات تصادفی و $W(t)$ فرآیند براونی استاندارد با $E[W(t)] = 0$ و $Var[W(t)] = t$ است. هدف، بیشینه‌سازی سود متوسط در واحد زمان از طریق تعیین مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم شامل زمان پایان کمبود، زمان پایان تولید و قیمت فروش است. رفتار سطح موجودی در یک چرخه کامل به پنج بازه زمانی $([0, t_1], [t_1, t_2], [t_2, t_3], [t_3, t_4], [t_4, t_5])$ تقسیم می‌شود، که در شکل ۱ نشان داده شده است. در ادامه، به بررسی تغییرات موجودی در هر بازه پرداخته می‌شود.

• بررسی سطح موجودی در بازه $[0, t_1]$

در بازه زمانی $[0, t_1]$ ، سطح موجودی منفی است و سیستم دچار کمبود می‌شود. تولید با نرخ کل P است، که در آن $Pe^{-\lambda pt}$ نرخ تولید محصولات سالم و $P(1 - e^{-\lambda pt})$ نرخ تولید محصولات معیوب است. تنها محصولات سالم به موجودی اضافه می‌شوند. معادله دیفرانسیل حاکم بر سطح موجودی $I_1(t)$ به صورت رابطه (۲) است:

$$\frac{dI_1(t)}{dt} = Pe^{-\lambda pt} - D(p, t), \quad I_1(0) = -B \quad (2)$$

با جایگذاری $D(p, t)$ تغییرات موجودی در این بازه به صورت رابطه (۳) خواهد شد.

$$\frac{dI_1(t)}{dt} = Pe^{-\lambda pt} - (a - bp + \sigma W(t)) \quad (3)$$

با حل این معادله دیفرانسیل خطی مرتبه اول با توجه به شرط اولیه $I_1(0) = -B$ سطح موجودی در این بازه به صورت رابطه (۴) خواهد شد.

$$I_1(t) = -B + \int_0^t (Pe^{-\lambda ps} - (a - bp + \sigma W(s))) ds \quad (4)$$

با ساده‌سازی رابطه (۴)، سطح موجودی در بازه اول به صورت رابطه (۵) ساده‌سازی می‌شود.

$$I_1(t) = -B + \frac{P}{\lambda p} (1 - e^{-\lambda pt}) - (\lambda - bp)t - \sigma W(t) \quad 0 \leq t \leq t_1 \quad (5)$$

• بررسی سطح موجودی در بازه زمانی $[t_1, t_2]$

در بازه زمانی $[t_1, t_2]$ ، کمبود اولیه برطرف شده و سطح موجودی از صفر به مقدار مثبت افزایش می‌یابد. در این بازه نیز تولید با نرخ کل P ادامه می‌یابد، که در آن $Pe^{-\lambda pt}$ نرخ تولید محصولات سالم و $P(1 - e^{-\lambda pt})$ نرخ تولید محصولات معیوب است. تنها محصولات سالم به موجودی اضافه می‌شوند. معادله دیفرانسیل حاکم بر سطح موجودی $I(t)$ به صورت رابطه (۶) است:

$$\frac{dI_2(t)}{dt} = Pe^{-\lambda pt} - D(p, t) \quad (6)$$

با جایگذاری $D(p, t)$ تغییرات موجودی در این بازه به صورت رابطه (۷) است.

$$\frac{dI_{\gamma}(t)}{dt} = Pe^{-\lambda p t} - (a - bp + \sigma W(t)) \quad (7)$$

این معادله دیفرانسیل خطی مرتبه اول است. با حل رابطه (۷) با در نظر گرفتن شرط اولیه $I_{\gamma}(t_1) = 0$ ، سطح موجودی در این بازه بر اساس رابطه (۸) خواهد شد.

$$I_{\gamma}(t) = I(t_1) + \int_{t_1}^t (Pe^{-\lambda p s} - (a - bp + \sigma W(s))) ds \quad (8)$$

با ساده‌سازی رابطه (۸) سطح موجودی در بازه $[t_1, t_2]$ به صورت رابطه (۹) ساده‌سازی خواهد شد.

$$I_{\gamma}(t) = \frac{P}{\lambda p} (e^{-\lambda p t_1} - e^{-\lambda p t}) - (\lambda - bp)(t - t_1) - \sigma W(t) \quad (9)$$

• بررسی سطح موجودی در بازه زمانی $[t_2, t_3]$

در بازه زمانی $[t_2, t_3]$ کالاهای معیوب حاصل از فرآیند تولید در بازه‌های زمانی قبلی تحت فرآیند دوباره‌کاری قرار می‌گیرند و تقاضای مشتریان همچنان پاسخ داده می‌شود. بنابراین تغییرات سطح موجودی در این بازه به صورت رابطه (۱۰) خواهد شد.

$$\frac{dI_{\gamma}(t)}{dt} = P_1 - D(p, t) \quad (10)$$

با حل معادله بالا بر اساس شرط اولیه $(I_{\gamma}(t_2) = H_1)$ ، سطح موجودی در بازه $[t_2, t_3]$ به صورت رابطه (۱۱) بیان کرد:

$$I_{\gamma}(t) = H_1 + \frac{P_1}{\lambda p} (e^{-\lambda p t_2} - e^{-\lambda p t}) - (\lambda - bp)(t - t_2) - \sigma W(t) \quad (11)$$

• بررسی سطح موجودی در بازه زمانی $[t_3, t_4]$

همان‌طور که در (شکل ۱) نمایش داده شده است موجودی در حال کاهش می‌باشد و در ابتدای این بازه زمانی موجودی سیستم به حداکثر مقدار خود می‌رسد و فرآیند تولید و دوباره‌کاری متوقف می‌شود و از این پس از موجودی سیستم رو به کاهش خواهد بود و فقط در سیستم تقاضا وجود دارد و در پایان این دوره موجودی انبار ما به صفر می‌رسد. بنابراین تغییرات سطح موجودی $I(t)$ به صورت رابطه (۱۲) است:

$$\frac{dI_{\gamma}(t)}{dt} = -D(p, t) \quad (12)$$

با حل معادله بالا بر اساس شرط اولیه $(I_{\gamma}(t_3) = H)$ ، سطح موجودی در این بازه به صورت رابطه (۱۳) ساده‌سازی می‌شود.

$$I_{\gamma}(t) = H - (\lambda - bp)(t - t_3) - \sigma W(t) \quad (13)$$

• بررسی سطح موجودی در بازه زمانی $[t_4, t_5]$

در ابتدای این بازه زمانی موجودی سیستم به دلیل برطرف کردن تقاضای مشتریان صفر می‌باشد و در ادامه سیستم نمی‌تواند تقاضاهای مشتریان را پاسخ دهد در نتیجه تقاضای مشتریان به صورت پس افت عقب می‌افتد و دچار کمبود شده و در ابتدای سیکل بعدی برآورده می‌شود. موجودی سیستم در بازه زمانی $[t_4, t_5]$ منفی می‌باشد؛ بر همین اساس تغییرات سطح موجودی به صورت رابطه (۱۴) خواهد شد.

$$\frac{dI_{\Delta}(t)}{dt} = -D(p, t) \quad (14)$$

با جای‌گذاری $D(p, t)$ و در نظر گرفتن شرط اولیه $I_{\gamma}(t_4) = 0$ رابطه نهایی سطح موجودی در این بازه به صورت رابطه (۱۵) خواهد شد.

$$I_{\Delta}(t) = -(\lambda - bp)(t - t_f) - \sigma W(t) \quad (15)$$

• بررسی سطح موجودی محصولات معیوب

محصولات معیوب تنها در بازه $[0, t_r]$ با نرخ $P(1 - e^{-\lambda p t})$ تولید شده و تا زمان t_r نگهداری می‌شوند. شکل ۲ تغییرات محصولات معیوب را نشان می‌دهد. بر اساس توضیحات داده شده سطح موجودی به صورت رابطه (۱۶) می‌باشد:

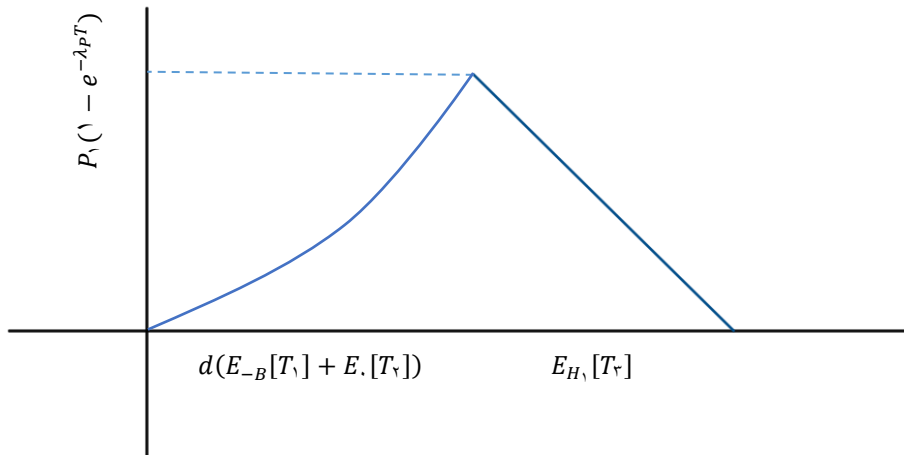
$$\frac{dI_f(t)}{dt} = P(1 - e^{-\lambda p t}) \quad (16)$$

در نظر گرفتن شرط اولیه $I_f(0) = 0$ رابطه نهایی سطح موجودی در این بازه به صورت رابطه (۱۷) خواهد شد.

$$I_f(t) = t - \frac{1}{\lambda p}(1 - e^{-\lambda p t}) \quad (17)$$

مقدار کل محصولات معیوب به صورت رابطه (۱۸) است:

$$Q_{\text{def}} = \int_0^{t_r} P(1 - e^{-\lambda p t}) dt = P \times \left(t_r - \frac{1}{\lambda p}(1 - e^{-\lambda p t_r}) \right) \quad (18)$$



شکل ۲ نمودار محصولات معیوب

• محاسبه مقادیر امید ریاضی برای بازه‌های مختلف

- محاسبه امید ریاضی در بازه $[0, t_1]$

$$E_1 \left[\int_0^{t_1} I_1(t) dt \right] = t_1 \left(\frac{P}{\lambda p} - B \right) + \frac{P}{\lambda p^2} (e^{-\lambda p t_1} - 1) - \frac{(\lambda - bp)t_1^2}{2} \quad (19)$$

- محاسبه امید ریاضی در بازه $[t_1, t_2]$

$$E_1 \left[\int_{t_1}^{t_2} I_2(t) dt \right] = \frac{P}{\lambda p} e^{-\lambda p t_1} (t_2 - t_1) + \frac{P}{\lambda p^2} (e^{-\lambda p t_2} - e^{-\lambda p t_1}) - \frac{(\lambda - bp)(t_2 - t_1)^2}{2} \quad (20)$$

- محاسبه امید ریاضی در بازه $[t_\gamma, t_\gamma]$

$$E_{H_1} \left[\int_{t_\gamma}^{t_\gamma} I_\gamma(t) dt \right] = H_1(t_\gamma - t_\gamma) + \frac{P_1}{\lambda_p} e^{-\lambda_p t_\gamma} (t_\gamma - t_\gamma) + \frac{P_1}{\lambda_p^2} (e^{-\lambda_p t_\gamma} - e^{-\lambda_p t_\gamma}) - \frac{(\lambda - bp)(t_\gamma - t_\gamma)^2}{2} \quad (21)$$

- محاسبه امید ریاضی در بازه $[t_\gamma, t_\epsilon]$

$$E_H \left[\int_{t_\gamma}^{t_\epsilon} I_\epsilon(t) dt \right] = H(t_\epsilon - t_\gamma) - \frac{(\lambda - bp)(t_\epsilon - t_\gamma)^2}{2} \quad (22)$$

- محاسبه امید ریاضی در بازه $[t_\epsilon, t_\delta]$

$$E \left[\int_{t_\epsilon}^{t_\delta} I_\delta(t) dt \right] = -(\lambda - bp) \frac{(t_\delta - t_\epsilon)^2}{2} \quad (23)$$

• محاسبه مقادیر متوسط زمان‌ها:

مقدار $E[t_1]$:

$$E[t_1] = \frac{B}{P - \lambda + bp} \quad (24)$$

مقدار $E[t_2]$:

$$E[t_2] \approx \frac{B}{P - \lambda + bp} + \frac{H_1}{P - \lambda + bp} = \frac{B + H_1}{P - \lambda + bp} \quad (25)$$

مقدار $E[t_3]$:

$$E[t_3] \approx \frac{B + H_1}{P - \lambda + bp} + \frac{H - H_1}{P_1 - \lambda + bp} \quad (26)$$

مقدار $E[t_4]$:

$$E[t_4] \approx \left(\frac{B + H_1}{P - \lambda + bp} + \frac{H - H_1}{P_1 - \lambda + bp} \right) + \frac{H}{\lambda - bp} \quad (27)$$

مقدار $E[t_5]$:

$$E[t_5] \approx \frac{B + H_1}{P - \lambda + bp} + \frac{H - H_1}{P_1 - \lambda + bp} + \frac{H + B}{\lambda - bp} \quad (28)$$

با توجه به مقادیر به‌دست‌آمده، هزینه کل مورد انتظار شامل مجموع هزینه راه‌اندازی، هزینه تولید، هزینه دوباره‌کاری، هزینه نگهداری کالاهای سالم، هزینه نگهداری کالاهای معیوب در حال دوباره‌کاری، هزینه کمبود و هزینه مصرف (فساد) است. رابطه نهایی این تابع در پیوست ۱ آورده شده است.

۵- رویکرد حل پیشنهادی

مدل ریاضی توسعه‌یافته در این پژوهش، یکی از پیچیده‌ترین مدل‌های موجودی فاسدشدنی در ادبیات معاصر به شمار می‌رود؛ زیرا به‌طور هم‌زمان شامل تقاضای تصادفی با ساختار حرکت براونی و وابسته به قیمت، نرخ تولید کاهشی نمایی به‌عنوان تابع زمان (شبیه‌سازی فرسودگی تجهیزات)، نرخ فساد ثابت، تولید اقلام معیوب با امکان دوباره‌کاری و دورریز، سیاست کمبود کاملاً پس‌افت، محدودیت‌های ساختاری سخت و غیرخطی بر ترتیب زمانی پنج مرحله چرخه و شرایط مرزی صفر و مثبت بودن موجودی در نقاط عطف است. در نتیجه، تابع هدف بیشینه‌سازی سود متوسط در واحد زمان، یک تابع شدیداً غیرخطی و فاقد

گردان تحلیل صریح است. همچنین، فضای محدودیت‌ها شامل مجموعه‌ای از قیود غیرخطی و ناهموار می‌باشد که روش‌های کلاسیک عملاً ناکارآمد می‌سازد. با توجه به پیشینه تحقیق، رویکردهای ترکیبی تکاملی-محلی یا روش‌های تصادفی با حجم نمونه بسیار بالا قادر به تولید جواب‌های باکیفیت و تکرارپذیر هستند.

به همین دلیل، در این پژوهش دو رویکرد کاملاً متفاوت اما مکمل طراحی و پیاده‌سازی گردید تا هم امکان مقایسه علمی دقیق فراهم شود و هم یک روش حل قوی، پایدار و قابل دفاع برای جامعه علمی ارائه گردد.

رویکرد اول: روش مونت کارلوی تصادفی با نمونه‌برداری محدود شده و کنترل قیود ساختاری (روش پایه)

به منظور ایجاد یک معیار مرجع کاملاً قابل اعتماد و مستقل از هرگونه فرض ساختاری در مورد رفتار تابع هدف، از روش مونت کارلوی تصادفی با نمونه‌برداری هوشمند استفاده شده است. این روش به عنوان یک الگوریتم تصادفی خاص شناخته می‌شود که تنها بر پایه تولید نقاط تصادفی در فضای متغیرهای تصمیم و ارزیابی مستقیم تابع هدف عمل می‌کند و از این رو در برابر چندقله‌ای بودن، ناهمواری، وجود دره‌های عمیق و نویزهای محلی کاملاً مقاوم است.

در این رویکرد، تعداد بسیار زیادی نقطه تصادفی مستقل در فضای سه‌بعدی متغیرهای تصمیم شامل قیمت فروش، زمان پایان جبران کمبود اولیه و زمان پایان تولید اصلی با توزیع یکنواخت تولید می‌گردد. برای افزایش کارایی محاسباتی و حذف نقاط آشکارا غیرقابل قبول در همان مرحله نمونه‌برداری، دو قید ساختاری کلیدی به صورت مستقیم اعمال می‌شود: برقراری حداقل فاصله زمانی منطقی بین پایان جبران کمبود و پایان تولید اصلی و تضمین مثبت بودن تقاضای متوسط در سطحی واقع بینانه. برای هر نقطه‌ای که این قیود را برآورده سازد، با استفاده از روابط تحلیلی بسته مدل، تمام متغیرهای چرخه شامل سطح کمبود اولیه، موجودی حداکثر، موجودی پیش از آغاز دوباره کاری، مقدار کل تولید و زمان‌های چرخه به طور دقیق محاسبه شده و سود متوسط در واحد زمان تعیین می‌گردد. در پایان، بهترین مجموعه متغیرهای تصمیم مشاهده شده که بالاترین مقدار سود معتبر را تولید کرده باشد، به عنوان جواب بهینه این روش گزارش می‌شود. این روش به دلیل ماهیت کاملاً تصادفی، هیچ‌گونه ریسک گیر افتادن در بهینه محلی ندارد و تنها محدودیت آن وابستگی دقت نهایی به حجم نمونه‌های ارزیابی شده است.

Solution Algorithm 1: Pure Constrained Monte Carlo Random Search (Baseline Method)

Input: Model parameters

Output: Best feasible solution and maximum profit

best_profit $\leftarrow -\infty$

repeat many times:

generate p, t_1, t_2 uniformly in feasible ranges

enforce minimum gap between t_1 and t_2

enforce minimum acceptable demand

compute all cycle variables analytically

if feasible then

calculate unit profit

update best solution if improved

return best observed solution and profit

رویکرد دوم: روش ترکیبی پیشنهادی — تکامل تفاضلی با بهبود محلی مقید چندشروع و مکانیزم‌های پشتیبان چهارلایه (روش اصلی پژوهش)

روش اصلی و پیشنهادی پژوهش حاضر، یک الگوریتم ترکیبی چهارلایه پیشرفته است که با هدف دستیابی به بالاترین کیفیت جواب ممکن، حداکثر پایداری عددی و حداقل ریسک شکست در همگرایی طراحی و پیاده‌سازی شده است. این روش دقیقاً

همان الگوریتمی است که در بخش اصلی کد اجرا می‌شود و در چهار مرحله متوالی به شرح زیر عمل می‌کند:

در مرحله نخست، الگوریتم تکامل تفاضلی به‌عنوان یک روش تکاملی جمعیت‌محور بدون نیاز به مشتق و دارای کارایی اثبات‌شده در مسائل مقید و غیرخطی اجرا می‌گردد تا کاوش سراسری مؤثری در فضای جستجو انجام دهد و مجموعه‌ای از نقاط نخبه در نواحی امیدوارکننده را شناسایی کند.

در مرحله دوم، استراتژی چندشروع هوشمند فعال می‌شود. مجموعه‌ای کاملاً متنوع از نقاط شروع اولیه شامل بهترین جواب‌های به‌دست‌آمده از مرحله تکامل تفاضلی، یک حدس اولیه بسیار دقیق مبتنی بر رفتار مورد انتظار مدل، چندین نقطه پراکنده‌شده اطراف آن با انحراف‌های کنترل‌شده و تعدادی نقطه تصادفی دیگر تعریف‌شده و برای هر یک، حل‌گر مقید برنامه‌ریزی درجه دوم حداقل مربعات ترتیبی با تلورانس‌های بسیار سخت اجرا می‌گردد.

در مرحله سوم، مکانیزم‌های پشتیبان خودکار فعال می‌شوند. در صورت عدم همگرایی یا بروز ناپایداری عددی در حل‌گر اصلی، به‌طور خودکار به روش‌های جایگزین مقاوم‌تر شامل روش اعتماد-منطقه و در نهایت روش بدون مشتق پاول سوئیچ می‌شود.

در مرحله چهارم، به‌عنوان لایه ایمنی نهایی، در موارد بسیار نادری که تمام روش‌های قبلی موفق به تولید جواب معتبر نشوند، الگوریتم به‌طور خودکار به روش مونت‌کارلوی خالص بازمی‌گردد. این معماری چهارلایه، ترکیبی هوشمندانه از بهترین شیوه‌های کاوش سراسری و بهره‌برداری محلی را در خود جای داده و در تمامی اجراهای مستقل به جواب‌هایی با کیفیت بالاتر، تکرارپذیری عالی و زمان محاسباتی کاملاً قابل‌قبول همگرا می‌شود. از این‌رو، این روش به‌عنوان راه‌حل استاندارد و قابل توصیه برای حل مسائل پیچیده موجودی فاسدشدنی با ویژگی‌های مشابه معرفی می‌گردد.

Solution Algorithm 2: Proposed Four-Layer Hybrid Global-Local Optimization (Main Method)

Input: Model parameters, bounds, constraints

Output: Globally optimal solution and maximum profit

Phase 1 – Global Search

execute constrained Differential Evolution

obtain elite solutions

Phase 2 – Multi-Start Local Refinement

construct diverse initial point set including:

- elite solutions from Phase 1
- precise base guess and controlled perturbations
- additional random feasible points

for each starting point:

primary solver: constrained SLSQP with tight tolerance

if failed → trust-region method

if failed → derivative-free Powell method

Phase 3 – Safety Fallback

if no valid high-quality solution obtained

execute Pure Monte Carlo as final rescue

Phase 4 – Global Selection

select solution with highest valid profit

compute complete cycle variables analytically

return optimal decision variables and maximum expected profit

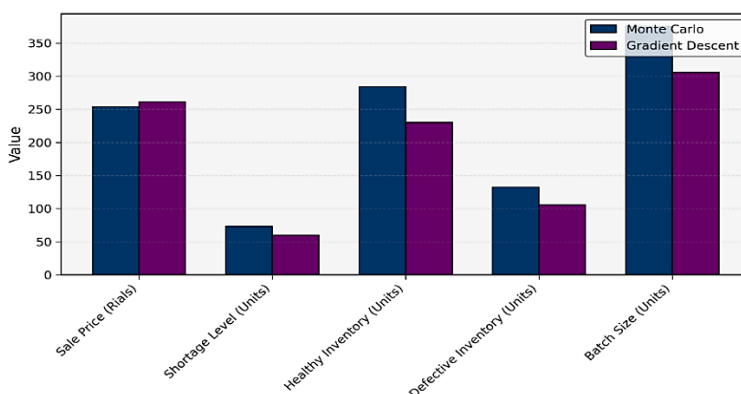
۶- مثال عددی و تفسیر نتایج

برای اعتبار سنجی مسئله ابتدا مسئله را با یک مثال عددی بیان و حل می‌گردد تا صحت مدل مورد بررسی قرار گیرد. پارامترهای پایه مدل شامل نرخ تولید اولیه ۲۵۰۰ واحد در سال، نرخ دوباره‌کاری ۱۵۰۰ واحد در سال، هزینه تولید واحد ۲۵ واحد پولی، هزینه نگهداری موجودی ۲۵ واحد پولی به ازای هر واحد در سال، هزینه کمبود ۵۰ واحد پولی به ازای هر واحد، هزینه راه‌اندازی ۱۰۰۰ واحد پولی به ازای هر چرخه، کسر معیوب ۰.۰۵، تقاضای پایه ۱۰۰۰ واحد در سال، ضریب حساسیت تقاضا به قیمت ۲ واحد به ازای هر واحد پولی، پارامتر افزایش نرخ تولید ۰.۰۵، انحراف معیار تقاضای تصادفی ۱ واحد، هزینه دوباره‌کاری (C_r=۱۰) واحد پولی و هزینه دفع ۵ (C_s) واحد پولی و هزینه نگهداری اقلام معیوب ۱۵ (h_۱) واحد پولی است. این مثال را با دو روش مونت‌کارلو و گرادیان نزولی مورد بررسی قرار می‌دهیم. نتایج به‌دست‌آمده به شرح جدول ۲ می‌باشد.

جدول ۲ مقایسه معیارهای عملکرد روش‌های بهینه‌سازی

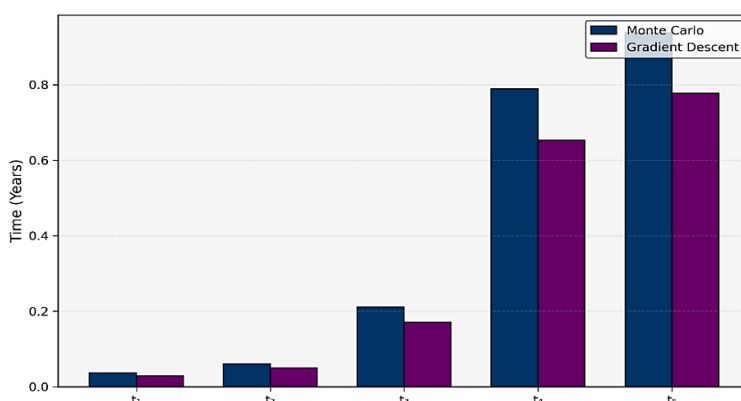
معیار	مونت‌کارلو	گرادیان نزولی
سود متوسط (ریال)	۱۱۰۹۲۹.۲۴	۱۱۱۲۳۶.۰۳
زمان اجرا (ثانیه)	۵.۰۰	۵.۱۰
قیمت فروش	۲۵۴.۱۳	۲۶۱.۲۴
سطح کمبود	۷۳.۱۷	۵۹.۶۷
موجودی اقلام سالم (H)	۲۸۴.۲۹	۲۲۹.۸۸
موجودی اقلام معیوب (H _۱)	۱۳۲.۷۹	۱۰۵.۵۴
اندازه دسته تولید	۳۷۵.۳۶	۳۰۵.۷۴
زمان چرخه (T _۱) در سال	۰.۰۳۶۵	۰.۰۲۹۵
زمان چرخه (T _۲) در سال	۰.۰۶۰۷	۰.۰۴۹۸
زمان چرخه (T _۳) در سال	۰.۲۱۰۹	۰.۱۷۱۴
زمان چرخه (T _۴) در سال	۰.۷۸۹۱	۰.۶۵۲۸
زمان چرخه (T _۵) در سال	۰.۹۳۷۹	۰.۷۷۷۸

نتایج مقایسه روش‌های مونت‌کارلو و گرادیان نزولی در (جدول ۲) ارائه شده است. روش گرادیان نزولی برتری اندکی (۰.۲۸٪) در سود متوسط نسبت به مونت‌کارلو نشان داد. این اختلاف در مقیاس صنعتی قابل توجه بوده و بیانگر دقت بالاتر گرادیان نزولی در یافتن نقطه بهینه جهانی است. زمان اجرای گرادیان نزولی ۲٪ بیشتر از مونت‌کارلو بود که به پیچیدگی الگوریتم‌های ترکیبی نسبت داده می‌شود. کارایی محاسباتی گرادیان نزولی با اختلاف ۱.۷٪ نسبت به مونت‌کارلو مزیت نسبی دارد. گرادیان نزولی قیمت فروش را ۲.۸٪ بالاتر از مونت‌کارلو پیشنهاد داد. سطح کمبود در گرادیان نزولی ۱۸.۴٪ کمتر از مونت‌کارلو بود که نشان‌دهنده رویکرد محافظه‌کارانه‌تر در کاهش هزینه‌های کمبود است. موجودی اقلام سالم و معیوب در مونت‌کارلو به ترتیب ۱۹.۱٪ و ۲۰.۵٪ بیشتر از گرادیان نزولی بود که بیانگر تمایل مونت‌کارلو به نگهداری موجودی بالاتر است. اندازه دسته تولید در گرادیان نزولی ۱۸.۵٪ کمتر از مونت‌کارلو بود که نشان‌دهنده استراتژی کاهش دفعات راه‌اندازی است. این مقایسه در (شکل ۳) به صورت بصری نمایش داده شده است.



شکل ۳ نمودار مقایسه متغیرهای تصمیم

زمان‌های چرخه تولید t_1 تا t_5 در گرادیان نزولی به ترتیب 19.2% ، 18% ، 18.7% ، 17.3% و 17.1% کوتاه‌تر از مونت‌کارلو بودند. این کاهش با اندازه دسته کوچک‌تر و سطح کمبود کمتر همخوانی دارد، زیرا دسته‌های کوچک‌تر و کمبود کمتر فازهای تولید و دوباره‌کاری را فشرده‌تر می‌کنند. جزئیات این مقایسه در (شکل ۴) ارائه شده است.



شکل ۴ نمودار مقایسه زمان‌های چرخه تولید

۶- تحلیل حساسیت

برای بررسی تأثیر تغییرات پارامترهای کلیدی شامل هزینه تولید واحد، هزینه نگهداری موجودی، هزینه کمبود، هزینه راه‌اندازی، کسر معیوب، تقاضای پایه و ضریب حساسیت تقاضا به قیمت در بازه کاهش و افزایش چهل درصدی نسبت به مقادیر پایه با گام‌های ۵ درصدی انجام شد. این تحلیل با روش گرادیان نزولی انجام شد تا اثرات بر سود متوسط، متغیرهای تصمیم (قیمت فروش، سطح کمبود، موجودی اقلام سالم و معیوب، اندازه دسته تولید) و زمان‌های چرخه بررسی شود. درصد تغییرات نسبت به مقادیر پایه محاسبه شد و اثر متقابل پارامترها و متغیرها تحلیل شد تا بینش‌های مدیریتی ارائه شود. در ادامه به تحلیل حساسیت پارامترهای اصلی مسئله به ترتیب پرداخته می‌شود.

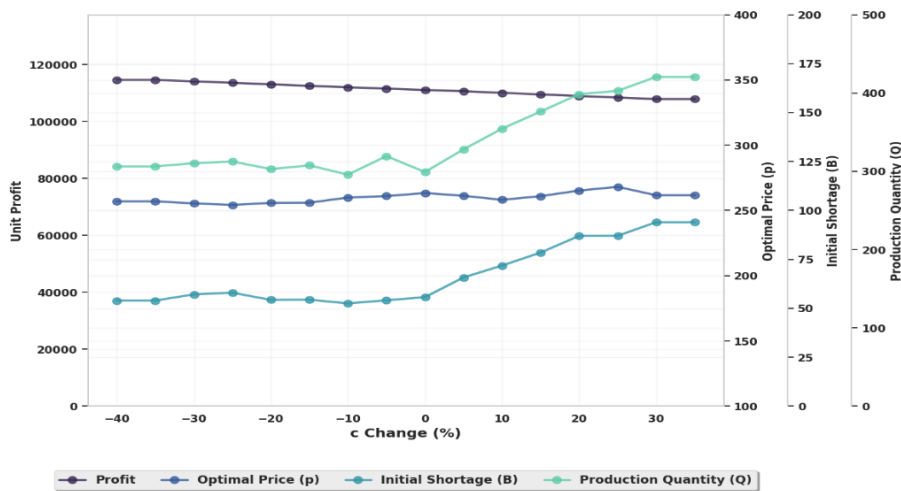
۶-۱- تحلیل حساسیت هزینه تولید واحد:

تغییرات هزینه تولید واحد در بازه کاهش و افزایش چهل درصدی نسبت به مقدار پایه بررسی شد. نتایج در جدول ۳ ارائه شده است.

جدول ۳ تحلیل حساسیت برای هزینه تولید واحد

تغییر پارامتر	مقدار (c)	سود متوسط	تغییر سود	(B)	(B)	(H)	(H ₁)	(Q)	تغییر (B)	تغییر (Q)
-40	۱۵.۰۰	۱۱۴۶۰۵.۰۸	۳.۷۶	۲۵۶.۹۸	۵۳.۹۷	۲۲۹.۰۶	۱۰۵.۱۳	۳۰۶.۲۵	-۹.۵۵	۰.۲۵
-۳۵	۱۶.۲۵	۱۱۴۶۰۵.۰۸	۳.۲۸	۲۵۶.۹۸	۵۳.۹۷	۲۲۹.۰۶	۱۰۵.۱۳	۳۰۶.۲۵	-۹.۵۵	۰.۲۵
-۳۰	۱۷.۵۰	۱۱۴۱۲۲.۳۸	۲.۹۴	۲۵۵.۴۲	۵۷.۱۲	۲۳۱.۹۰	۱۰۶.۵۵	۳۱۰.۳۴	-۴.۲۷	۱.۴۹
-۲۵	۱۸.۷۵	۱۱۳۶۰۹.۱۰	۲.۴۶	۲۵۴.۲۲	۵۸.۰۰	۲۳۳.۳۱	۱۰۷.۲۶	۳۱۲.۵۰	-۲.۸۰	۲.۱۹
-۲۰	۲۰.۰۰	۱۱۳۰۶۷.۸۰	۱.۸۹	۲۵۵.۸۲	۵۴.۳۱	۲۲۵.۸۶	۱۰۳.۵۳	۳۰۲.۸۱	-۸.۹۸	-۰.۹۷
-۱۵	۲۱.۲۵	۱۱۲۵۲۹.۴۰	۱.۴۸	۲۵۵.۹۵	۵۴.۴۱	۲۲۹.۷۶	۱۰۵.۴۸	۳۰۷.۵۸	-۸.۸۱	۰.۵۹
-۱۰	۲۲.۵۰	۱۱۲۰۲۹.۰۴	۱.۰۰	۲۵۹.۸۹	۵۲.۵۲	۲۲۱.۲۱	۱۰۱.۲۰	۲۹۵.۷۸	-۱۱.۹۷	-۳.۲۴
-۵	۲۳.۷۵	۱۱۱۵۷۹.۲۷	۰.۵۳	۲۶۱.۰۱	۵۴.۱۲	۲۴۰.۸۸	۱۱۱.۰۵	۳۱۹.۴۰	-۹.۳۰	۴.۴۶
۰	۲۵.۰۰	۱۱۱۰۷۸.۷۹	۰.۲۶	۲۶۳.۳۴	۵۵.۷۱	۲۲۵.۰۴	۱۰۳.۱۲	۲۹۹.۰۷	-۶.۶۴	-۲.۱۷
۵	۲۶.۲۵	۱۱۰۶۵۷.۹۷	-۰.۳۵	۲۶۱.۲۵	۶۵.۷۹	۲۴۸.۱۴	۱۱۴.۶۹	۳۲۸.۰۳	۱۰.۲۶	۷.۲۷
۱۰	۲۷.۵۰	۱۱۰۰۵۵.۳۱	-۰.۶۰	۲۵۸.۱۵	۷۱.۸۳	۲۶۸.۵۷	۱۲۴.۹۲	۳۵۴.۴۲	۲۰.۳۶	۱۵.۹۲
۱۵	۲۸.۷۵	۱۰۹۵۵۳.۶۲	-۱.۳۷	۲۶۰.۹۶	۷۸.۴۸	۲۸۷.۳۳	۱۳۴.۳۱	۳۷۶.۲۸	۳۱.۵۲	۲۳.۰۶
۲۰	۳۰.۰۰	۱۰۸۹۴۷.۸۸	-۱.۷۱	۲۶۵.۲۴	۸۷.۰۰	۳۰۷.۲۰	۱۴۴.۲۶	۳۹۸.۵۰	۴۵.۸۰	۳۰.۳۳
۲۵	۳۱.۲۵	۱۰۸۴۳۹.۱۰	-۲.۲۴	۲۶۸.۱۰	۸۷.۰۵	۳۱۱.۸۴	۱۴۶.۵۹	۴۰۲.۷۵	۴۵.۸۹	۳۱.۶۸
۳۰	۳۲.۵۰	۱۰۷۸۸۸.۷۴	-۲.۷۴	۲۶۱.۶۵	۹۴.۰۰	۳۲۴.۱۱	۱۵۲.۷۴	۴۲۰.۵۸	۵۷.۵۳	۳۷.۵۴
۳۵	۳۳.۷۵	۱۰۷۸۸۸.۷۴	-۳.۲۰	۲۶۱.۶۵	۹۴.۰۰	۳۲۴.۱۱	۱۵۲.۷۴	۴۲۰.۵۸	۵۷.۵۳	۳۷.۵۴
۴۰	۳۵.۰۰	۱۰۷۸۸۸.۷۴	-۳.۲۰	۲۶۱.۶۵	۹۴.۰۰	۳۲۴.۱۱	۱۵۲.۷۴	۴۲۰.۵۸	۵۷.۵۳	۳۷.۵۴

افزایش هزینه تولید واحد سود متوسط را به صورت خطی کاهش می دهد (حداکثر کاهش بیش از سه درصد). قیمت فروش با نوسانات اندک تنظیم می شود تا تقاضا حفظ شود. سطح کمبود با افزایش هزینه تا بیش از پنجاه درصد افزایش می یابد، زیرا پذیرش کمبود بیشتر هزینه های تولید را جبران می کند. موجودی اقلام سالم و معیوب و اندازه دسته تولید نیز با افزایش هزینه به ترتیب تا بیش از چهل درصد و سی درصد افزایش می یابند، که به کاهش هزینه های راه اندازی کمک می کند. اثر متقابل نشان می دهد که افزایش هزینه تولید، موجودی و کمبود را برای متعادل سازی هزینه ها افزایش می دهد، در حالی که قیمت فروش تقاضا را پایدار نگه می دارد. زمان های چرخه با افزایش اندازه دسته طولانی تر می شوند. این نتایج در شکل ۵ نمایش داده شده است.



شکل ۵ نمودار حساسیت سود و متغیرهای تصمیم نسبت به هزینه تولید واحد

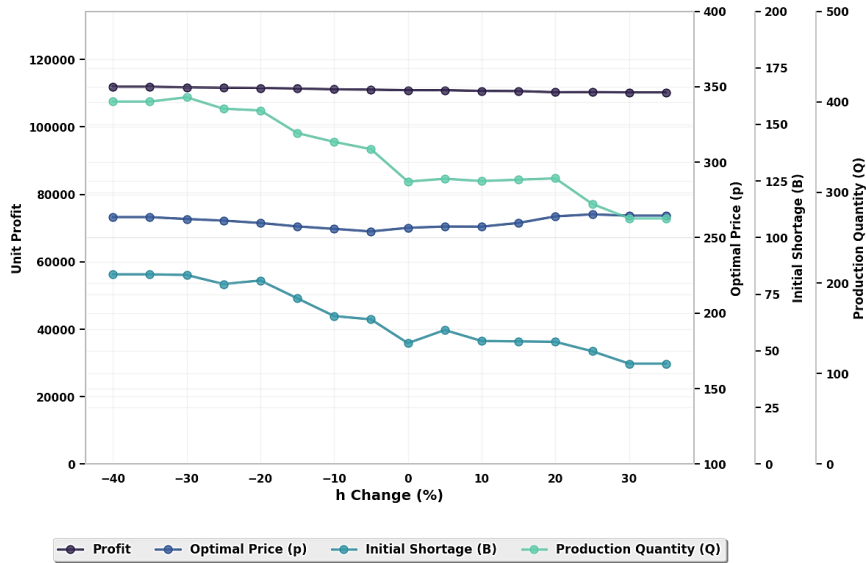
۶-۲- تحلیل حساسیت هزینه نگهداری موجودی:

تغییرات هزینه نگهداری موجودی در بازه کاهش و افزایش چهل درصدی نسبت به مقدار پایه بررسی شد. نتایج در جدول ۴ ارائه شده است.

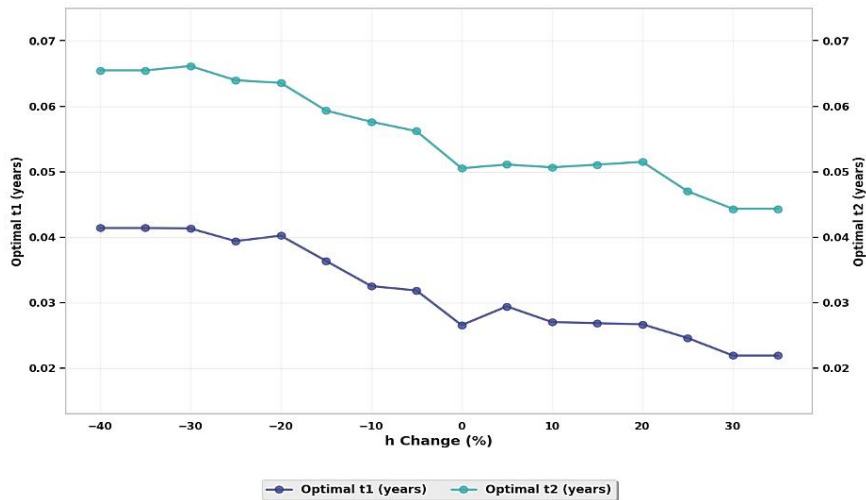
جدول ۴ تحلیل حساسیت برای هزینه نگهداری موجودی

تغییرات پارامتر	تغییرات مقدار (h)	سود متوسط	تغییرات سود	(h)	(B)	(H)	(H)	(O)	(B)	(O)
-۴۰	۱۵.۰۰	۱۱۱۹۱۴.۳۳	۱.۱۸	۲۶۳.۶۴	۸۳.۸۱	۳۰۸.۱۱	۱۴۴.۷۲	۴۰۰.۲۵	۴۰.۴۴	۳۰.۹۲
-۳۵	۱۶.۲۵	۱۱۱۹۱۴.۳۳	۰.۹۰	۲۶۳.۶۴	۸۳.۸۱	۳۰۸.۱۱	۱۴۴.۷۲	۴۰۰.۲۵	۴۰.۴۴	۳۰.۹۲
-۳۰	۱۷.۵۰	۱۱۱۷۳۰.۰۶	۰.۶۳	۲۶۲.۳۷	۸۳.۵۴	۳۱۱.۵۰	۱۴۶.۴۲	۴۰۵.۰۱	۴۰.۰۳	۳۲.۴۳
-۲۵	۱۸.۷۵	۱۱۱۶۲۲.۳۹	۰.۶۸	۲۶۱.۳۲	۷۹.۵۳	۳۰۰.۷۰	۱۴۱.۰۱	۳۹۲.۳۳	۳۳.۲۸	۲۸.۳۱
-۲۰	۲۰.۰۰	۱۱۱۵۴۸.۸۴	۰.۶۱	۲۵۹.۷۳	۸۱.۰۹	۲۹۸.۶۵	۱۳۹.۹۸	۳۹۰.۵۳	۳۵.۹۰	۲۷.۷۲
-۱۵	۲۱.۲۵	۱۱۱۳۷۸.۳۲	۰.۴۳	۲۵۷.۴۷	۷۳.۲۴	۲۷۷.۵۰	۱۲۹.۳۹	۳۶۵.۴۸	۲۲.۷۴	۱۹.۵۳
-۱۰	۲۲.۵۰	۱۱۱۱۵۱.۴۶	۰.۲۲	۲۵۵.۸۴	۶۵.۳۹	۲۶۹.۰۲	۱۲۵.۱۴	۳۵۵.۷۷	۹.۵۸	۱۶.۳۶
-۵	۲۳.۷۵	۱۱۱۰۴۶.۳۰	-۰.۰۰	۲۵۴.۱۵	۶۳.۹۲	۲۶۱.۸۸	۱۲۱.۵۷	۳۴۷.۷۴	۷.۱۲	۱۳.۷۳
۰	۲۵.۰۰	۱۱۰۸۸۹.۵۱	۰.۱۵	۲۵۶.۵۳	۵۳.۴۳	۲۳۳.۶۰	۱۰۷.۴۱	۳۱۱.۹۹	-۱۰.۴۶	۲.۰۳
۵	۲۶.۲۵	۱۱۰۸۸۷.۷۹	-۰.۲۱	۲۵۷.۳۷	۵۹.۲۱	۲۳۶.۳۵	۱۰۸.۷۹	۳۱۵.۰۳	-۰.۷۷	۳.۰۳
۱۰	۲۷.۵۰	۱۱۰۶۵۹.۶۸	-۰.۰۱	۲۵۷.۳۳	۵۴.۴۰	۲۳۴.۳۳	۱۰۷.۷۷	۳۱۲.۵۶	-۸.۸۳	۲.۲۲
۱۵	۲۸.۷۵	۱۱۰۶۱۵.۷۲	-۰.۴۷	۲۵۹.۷۶	۵۴.۲۱	۲۳۶.۳۸	۱۰۸.۸۰	۳۱۴.۰۳	-۹.۱۳	۲.۷۱
۲۰	۳۰.۰۰	۱۱۰۲۷۹.۲۹	-۰.۳۳	۲۶۴.۱۱	۵۴.۰۲	۲۳۸.۴۲	۱۰۹.۸۲	۳۱۵.۴۹	-۹.۴۵	۳.۱۸
۲۵	۳۱.۲۵	۱۱۰۳۱۱.۹۲	-۰.۹۲	۲۶۵.۴۷	۴۹.۸۴	۲۱۵.۸۶	۹۸.۵۲	۲۸۷.۲۷	-۱۶.۴۷	-۶.۰۴
۳۰	۳۲.۵۰	۱۱۰۲۴۳.۷۴	-۰.۳۸	۲۶۴.۶۱	۴۴.۳۹	۲۰۲.۵۰	۹۱.۸۳	۲۷۱.۳۱	-۲۵.۶۱	-۱۱.۲۶
۳۵	۳۳.۷۵	۱۱۰۲۴۳.۷۴	-۰.۵۱	۲۶۴.۶۱	۴۴.۳۹	۲۰۲.۵۰	۹۱.۸۳	۲۷۱.۳۱	-۲۵.۶۱	-۱۱.۲۶
۴۰	۳۵.۰۰	۱۱۰۲۴۳.۷۴	-۰.۵۱	۲۶۴.۶۱	۴۴.۳۹	۲۰۲.۵۰	۹۱.۸۳	۲۷۱.۳۱	-۲۵.۶۱	-۱۱.۲۶

تغییرات هزینه نگهداری موجودی تأثیر ملایمی بر سود دارد (حداکثر افزایش حدود یک درصد و کاهش کمتر از یک درصد). قیمت فروش با نوسانات محدود برای حفظ تقاضا تنظیم می‌شود. سطح کمبود با کاهش هزینه تا بیش از چهل درصد افزایش می‌یابد، زیرا هزینه کمتر نگهداری، پذیرش کمبود را توجیه می‌کند. موجودی اقلام سالم و معیوب با افزایش هزینه کاهش می‌یابد، درحالی‌که اندازه دسته تولید با کاهش هزینه تا بیش از سی درصد افزایش می‌یابد. اثر متقابل نشان می‌دهد که کاهش هزینه نگهداری باعث افزایش کمبود و اندازه دسته برای کاهش هزینه‌های راه‌اندازی می‌شود، درحالی‌که موجودی‌ها برای جبران افزایش می‌یابند. زمان‌های چرخه با افزایش اندازه دسته طولانی‌تر می‌شوند. این نتایج در شکل ۶ نمایش داده شده است.



شکل ۶ نمودار حساسیت سود و متغیرهای تصمیم نسبت به هزینه نگهداری موجودی



شکل ۷ نمودار حساسیت سود و متغیرهای تصمیم نسبت به هزینه نگهداری موجودی

۶-۳- تحلیل حساسیت هزینه کمبود:

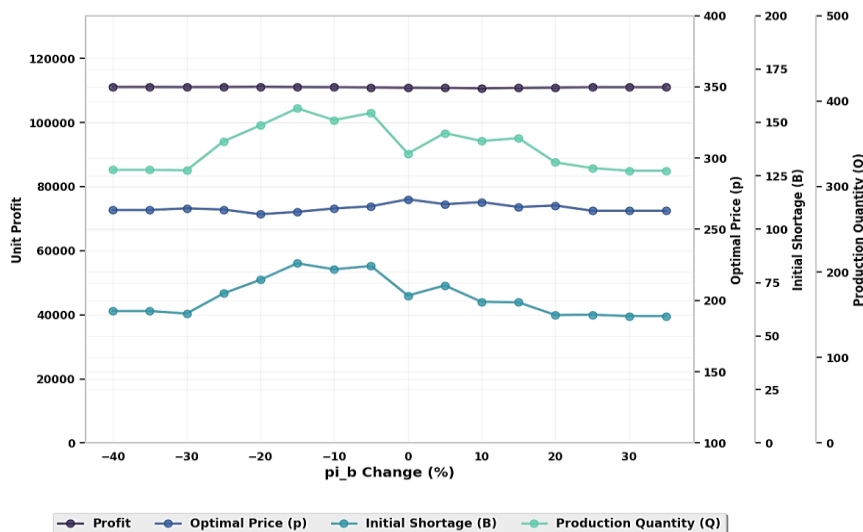
تغییرات هزینه کمبود در بازه کاهش و افزایش چهل درصدی نسبت به مقدار پایه بررسی شد. نتایج در جدول ۵ ارائه شده است.

جدول ۵ تحلیل حساسیت برای هزینه کمبود

تغییر پارامتر	هزینه کمبود	سود متوسط	تغییر سود	(P)	(B)	(H)	(H ₁)	(Q)	تغییر (B)	تغییر (Q)
-۴۰	۳۰.۰۰	۱۱۱۰۷۱.۳۶	۰.۲۴	۲۶۳.۵۶	۶۱.۷۴	۲۴۱.۶۴	۱۱۱.۴۳	۳۱۹.۵۳	۳.۴۲	۴.۵۲
-۳۵	۳۲.۵۰	۱۱۱۰۷۱.۳۶	۰.۱۰	۲۶۳.۵۶	۶۱.۷۴	۲۴۱.۶۴	۱۱۱.۴۳	۳۱۹.۵۳	۳.۴۲	۴.۵۲
-۳۰	۳۵.۰۰	۱۱۱۰۴۶.۶۸	۰.۰۸	۲۶۴.۷۰	۶۰.۵۷	۲۴۱.۶۳	۱۱۱.۴۳	۳۱۹.۰۲	۱.۵۰	۴.۳۳
-۲۵	۳۷.۵۰	۱۱۱۰۶۳.۷۶	۰.۱۸	۲۶۳.۸۷	۶۹.۹۹	۲۶۹.۱۸	۱۲۵.۲۲	۳۵۲.۸۷	۱۷.۲۹	۱۵.۴۰
-۲۰	۴۰.۰۰	۱۱۱۱۲۱.۵۲	۰.۱۵	۲۶۰.۵۶	۷۶.۳۷	۲۸۳.۴۸	۱۳۲.۳۸	۳۷۱.۵۹	۲۷.۹۷	۲۱.۵۰

تغییر پارامتر	هزینه کمبود	سود متوسط	تغییر سود	(p)	(B)	(H)	(H)	(Q)	تغییر (B)	تغییر (Q)
-۱۵	۴۲.۵۰	۱۱۱۰۵۶.۲۶	۰.۲۴	۲۶۲.۲۶	۸۴.۰۸	۳۰۰.۴۳	۱۴۰.۸۷	۳۹۱.۵۰	۴۰.۹۱	۲۸.۰۲
-۱۰	۴۵.۰۰	۱۱۱۰۲۱.۸۷	-۰.۰۰	۲۶۴.۶۲	۸۱.۲۷	۲۸۹.۸۸	۱۳۵.۵۹	۳۷۷.۷۸	۳۶.۲۰	۲۳.۵۴
-۵	۴۷.۵۰	۱۱۰۹۲۸.۸۳	۰.۰۶	۲۶۶.۱۵	۸۲.۸۴	۲۹۷.۲۵	۱۳۹.۲۸	۳۸۶.۰۷	۳۸.۸۰	۲۶.۲۵
۰	۵۰.۰۰	۱۱۰۸۴۸.۷۱	-۰.۰۱	۲۷۱.۰۵	۶۸.۹۹	۲۵۹.۶۷	۱۲۰.۴۶	۳۳۸.۵۹	۱۵.۶۲	۱۰.۷۳
۵	۵۲.۵۰	۱۱۰۸۱۳.۷۶	-۰.۲۲	۲۶۷.۶۱	۷۳.۷۲	۲۷۸.۲۳	۱۲۹.۷۶	۳۶۲.۵۷	۲۳.۵۱	۱۸.۵۶
۱۰	۵۵.۰۰	۱۱۰۶۷۶.۶۹	-۰.۰۴	۲۶۹.۰۸	۶۶.۰۵	۲۷۱.۱۲	۱۲۶.۲۰	۳۵۳.۳۰	۱۰.۶۹	۱۵.۵۳
۱۵	۵۷.۵۰	۱۱۰۷۹۹.۰۴	-۰.۳۹	۲۶۵.۶۴	۶۵.۸۱	۲۷۲.۹۵	۱۲۷.۱۱	۳۵۶.۶۶	۱۰.۲۹	۱۶.۶۳
۲۰	۶۰.۰۰	۱۱۰۸۸۷.۰۱	۰.۱۱	۲۶۶.۷۰	۵۹.۸۹	۲۵۰.۰۷	۱۱۵.۶۵	۳۲۸.۲۹	۰.۳۷	۷.۳۴
۲۵	۶۲.۵۰	۱۱۱۰۱۳.۴۳	۰.۲۰	۲۶۳.۰۲	۶۰.۰۳	۲۴۳.۳۰	۱۱۲.۲۶	۳۲۱.۵۷	۰.۶۱	۵.۱۴
۳۰	۶۵.۰۰	۱۱۱۰۰۹.۷۵	-۰.۰۴	۲۶۳.۰۱	۵۹.۴۰	۲۴۰.۷۶	۱۱۰.۹۹	۳۱۸.۴۹	-۰.۴۶	۴.۱۳
۳۵	۶۷.۵۰	۱۱۱۰۰۹.۷۵	۰.۱۰	۲۶۳.۰۱	۵۹.۴۰	۲۴۰.۷۶	۱۱۰.۹۹	۳۱۸.۴۹	-۰.۴۶	۴.۱۳
۴۰	۷۰.۰۰	۱۱۱۰۰۹.۷۵	۰.۱۰	۲۶۳.۰۱	۵۹.۴۰	۲۴۰.۷۶	۱۱۰.۹۹	۳۱۸.۴۹	-۰.۴۶	۴.۱۳

تغییرات هزینه کمبود تأثیر ناچیزی بر سود دارد (حداکثر تغییر کمتر از یک درصد). قیمت فروش برای حفظ تقاضا تنظیم می‌شود. سطح کمبود با کاهش هزینه تا بیش از چهار درصد افزایش می‌یابد، زیرا هزینه کمتر کمبود، پذیرش کمبود بیشتر را توجیه می‌کند. موجودی اقلام سالم و معیوب و اندازه دسته تولید نیز با کاهش هزینه تا بیش از سی درصد افزایش می‌یابند. اثر متقابل نشان می‌دهد که کاهش هزینه کمبود باعث افزایش کمبود، موجودی، و اندازه دسته برای متعادل‌سازی هزینه‌ها می‌شود، درحالی‌که قیمت فروش تقاضا را پایدار نگه می‌دارد. زمان چرخه اولیه با افزایش کمبود طولانی‌تر می‌شود. این نتایج در شکل ۸ نمایش داده شده است.



شکل ۸ نمودار حساسیت سود و متغیرهای تصمیم نسبت به هزینه کمبود

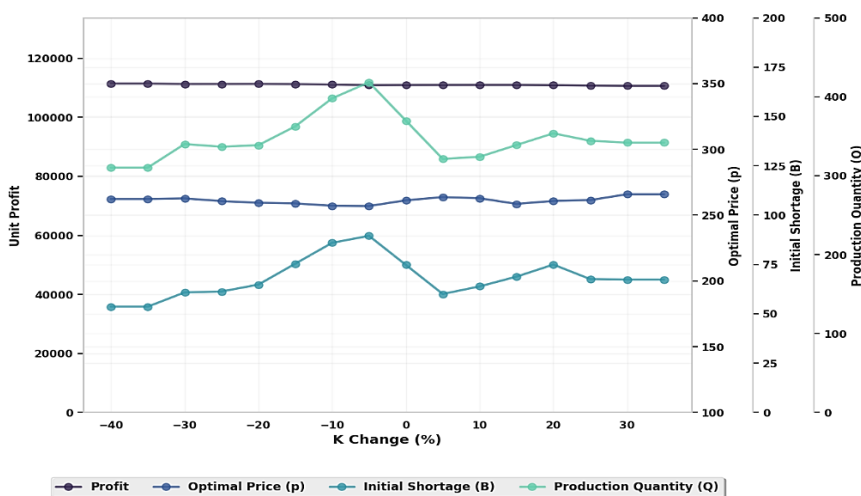
۴-۶- تحلیل حساسیت هزینه ثابت راه اندازی:

تغییرات هزینه راه‌اندازی در بازه کاهش و افزایش چهار درصدی نسبت به مقدار پایه بررسی شد. نتایج در جدول ۶ ارائه شده است.

جدول ۶ تحلیل حساسیت برای هزینه راه اندازی

تغییر پارامتر	(K) مقدار	سود متوسط	تغییر سود	(H)	(B)	(H)	(H)	(Q)	(B) تغییر	(Q) تغییر
-40	۶۰۰.۰۰	۱۱۱۴۱۶.۱۳	۰.۵۷	۲۶۲.۲۸	۵۳.۶۲	۲۳۳.۸۰	۱۰۷.۵۰	۳۱۰.۱۴	-۱۰.۱۴	۱.۴۶
-۳۵	۶۵۰.۰۰	۱۱۱۴۱۶.۱۳	۰.۴۲	۲۶۲.۲۸	۵۳.۶۲	۲۳۳.۸۰	۱۰۷.۵۰	۳۱۰.۱۴	-۱۰.۱۴	۱.۴۶
-۳۰	۷۰۰.۰۰	۱۱۱۲۵۹.۸۸	۰.۳۷	۲۶۲.۷۱	۶۰.۸۴	۲۵۸.۳۰	۱۱۹.۷۷	۳۴۰.۱۰	۱.۹۶	۱۱.۲۲
-۲۵	۷۵۰.۰۰	۱۱۱۲۷۰.۶۳	۰.۱۵	۲۶۰.۶۷	۶۱.۳۲	۲۵۴.۸۴	۱۱۸.۰۴	۳۳۶.۵۹	۲.۷۷	۱۰.۰۹
-۲۰	۸۰۰.۰۰	۱۱۱۳۰۵.۰۹	۰.۴۵	۲۵۹.۴۰	۶۴.۸۰	۲۵۶.۱۰	۱۱۸.۶۷	۳۳۸.۶۰	۸.۵۹	۱۰.۷۵
-۱۵	۸۵۰.۰۰	۱۱۱۲۰۸.۰۹	۰.۴۶	۲۵۸.۹۲	۷۵.۳۸	۲۷۵.۳۳	۱۲۸.۳۱	۳۶۲.۴۵	۲۶.۳۰	۱۸.۵۳
-۱۰	۹۰۰.۰۰	۱۱۱۰۶۶.۱۱	-۰.۱۱	۲۵۷.۱۲	۸۵.۹۷	۳۰۳.۶۱	۱۴۲.۴۷	۳۹۷.۹۱	۴۴.۰۶	۳۰.۱۴
-۵	۹۵۰.۰۰	۱۱۰۹۰۷.۳۴	۰.۰۶	۲۵۶.۹۲	۸۹.۵۱	۳۲۰.۲۲	۱۵۰.۷۹	۴۱۸.۲۹	۵۰.۰۱	۳۶.۷۸
۰	۱۰۰۰.۰۰	۱۱۰۹۴۵.۱۳	۰.۰۳	۲۶۱.۲۷	۷۴.۷۸	۲۸۱.۶۹	۱۳۱.۴۹	۳۶۹.۷۳	۲۵.۳۹	۲۰.۹۰
۵	۱۰۵۰.۰۰	۱۱۰۹۵۷.۶۲	-۰.۰۱	۲۶۳.۷۰	۶۰.۰۴	۲۴۳.۱۷	۱۱۲.۱۹	۳۲۱.۱۸	۰.۶۲	۵.۰۳
۱۰	۱۱۰۰.۰۰	۱۱۰۹۶۴.۰۰	۰.۱۰	۲۶۲.۸۳	۶۳.۸۹	۲۴۵.۰۹	۱۱۳.۱۶	۳۲۳.۹۲	۷.۰۶	۵.۹۲
۱۵	۱۱۵۰.۰۰	۱۱۰۹۶۵.۲۷	۰.۰۵	۲۵۸.۵۴	۶۸.۸۳	۲۵۶.۰۴	۱۱۸.۶۴	۳۳۸.۸۲	۱۵.۳۷	۱۰.۸۰
۲۰	۱۲۰۰.۰۰	۱۱۰۸۹۸.۳۹	-۰.۰۱	۲۶۰.۷۸	۷۴.۹۳	۲۶۸.۸۸	۱۲۵.۰۷	۳۵۳.۶۳	۲۵.۵۹	۱۵.۶۶
۲۵	۱۲۵۰.۰۰	۱۱۰۷۶۶.۴۲	-۰.۰۸	۲۶۱.۴۲	۶۷.۵۸	۲۶۱.۳۷	۱۲۱.۳۱	۳۴۴.۱۶	۱۳.۲۴	۱۲.۵۴
۳۰	۱۳۰۰.۰۰	۱۱۰۶۷۸.۵۳	-۰.۳۱	۲۶۵.۸۹	۶۷.۳۷	۲۶۰.۸۵	۱۲۱.۰۵	۳۴۱.۸۶	۱۲.۹۲	۱۱.۷۹
۳۵	۱۳۵۰.۰۰	۱۱۰۶۷۸.۵۳	-۰.۲۴	۲۶۵.۸۹	۶۷.۳۷	۲۶۰.۸۵	۱۲۱.۰۵	۳۴۱.۸۶	۱۲.۹۲	۱۱.۷۹
۴۰	۱۴۰۰.۰۰	۱۱۰۶۷۸.۵۳	-۰.۲۴	۲۶۵.۸۹	۶۷.۳۷	۲۶۰.۸۵	۱۲۱.۰۵	۳۴۱.۸۶	۱۲.۹۲	۱۱.۷۹

افزایش هزینه راه اندازی سود را به صورت ملایم کاهش می دهد (حداکثر کاهش کمتر از یک درصد). قیمت فروش برای حفظ تقاضا تنظیم می شود. سطح کمبود با افزایش هزینه تا بیش از پنجاه درصد افزایش می یابد، زیرا هزینه بالاتر راه اندازی، دسته های بزرگ تر را توجیه می کند. موجودی اقلام سالم و معیوب و اندازه دسته تولید نیز با افزایش هزینه تا بیش از سی درصد افزایش می یابند. اثر متقابل نشان می دهد که افزایش هزینه راه اندازی باعث افزایش اندازه دسته برای کاهش دفعات راه اندازی می شود، که به افزایش کمبود و موجودی منجر می شود. زمان های چرخه با افزایش اندازه دسته طولانی تر می شوند. این نتایج در شکل ۹ نمایش داده شده است.



شکل ۹ نمودار حساسیت سود و متغیرهای تصمیم نسبت به هزینه راه اندازی

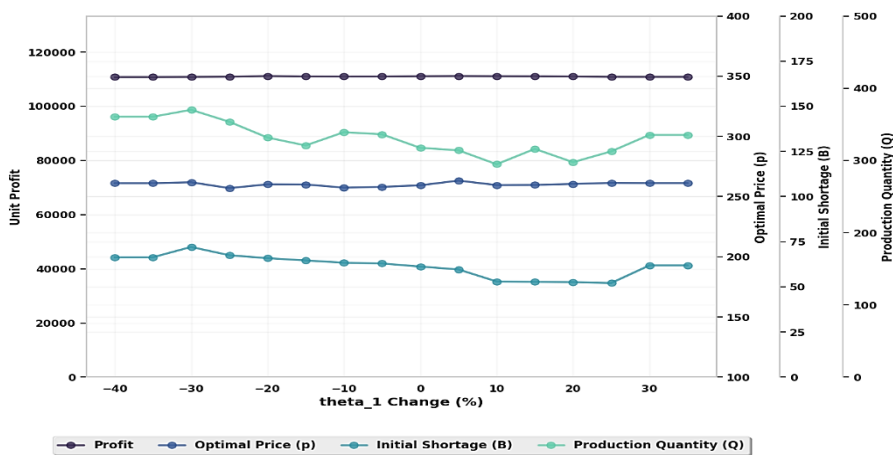
۵-۶- تحلیل حساسیت کسر معیوب:

تغییرات کسر معیوب در بازه کاهش و افزایش چهل درصدی نسبت به مقدار پایه بررسی شد. نتایج در جدول ۷ ارائه شده است.

جدول ۷ تحلیل حساسیت برای کسر معیوب

تغییر پارامتر	مقدار (θ_1)	سود متوسط	تغییر سود	(p)	(B)	(H)	(H ₁)	(Q)	تغییر (B)	تغییر (Q)
	-۴۰	۱۱۰۸۱۳.۲۲	۰.۱۱	۲۶۱.۱۴	۶۶.۴۰	۲۷۴.۳۴	۱۲۷.۸۱	۳۶۰.۴۸	۱۱.۲۷	۱۷.۸۸
	-۳۵	۱۱۰۸۱۳.۲۲	-۰.۰۹	۲۶۱.۱۴	۶۶.۴۰	۲۷۴.۳۴	۱۲۷.۸۱	۳۶۰.۴۸	۱۱.۲۷	۱۷.۸۸
	-۳۰	۱۱۰۸۵۲.۵۴	-۰.۳۰	۲۶۱.۸۶	۷۲.۰۹	۲۸۲.۴۶	۱۳۱.۸۷	۳۷۰.۱۰	۲۰.۸۱	۲۱.۰۲
	-۲۵	۱۱۰۹۲۰.۷۷	۰.۲۲	۲۵۷.۰۰	۶۷.۵۱	۲۶۷.۵۰	۱۲۴.۳۸	۳۵۳.۵۲	۱۳.۱۴	۱۵.۶۲
	-۲۰	۱۱۱۱۰۴.۱۷	۰.۱۰	۲۶۰.۱۶	۶۵.۸۹	۲۵۰.۸۴	۱۱۶.۰۴	۳۳۱.۶۷	۱۰.۴۱	۸.۴۶
	-۱۵	۱۱۰۹۸۷.۹۷	۰.۱۹	۲۶۰.۰۵	۶۴.۶۳	۲۴۱.۸۴	۱۱۱.۵۳	۳۲۰.۷۲	۸.۲۹	۴.۸۶
	-۱۰	۱۱۰۹۷۲.۱۱	-۰.۰۹	۲۵۷.۳۹	۶۳.۳۷	۲۵۵.۹۷	۱۱۸.۶۱	۳۳۹.۱۳	۶.۱۸	۱۰.۹۰
	-۵	۱۱۰۹۷۹.۳۲	۰.۰۶	۲۵۸.۰۴	۶۲.۹۵	۲۵۳.۷۵	۱۱۷.۴۹	۳۳۶.۱۶	۵.۵۰	۹.۹۳
	۰	۱۱۱۰۵۴.۱۳	۰.۲۱	۲۵۹.۳۴	۶۱.۲۴	۲۳۸.۷۷	۱۰۹.۹۹	۳۱۷.۴۱	۲.۶۲	۳.۷۸
	۵	۱۱۱۱۱۲.۷۴	۰.۱۱	۲۶۳.۲۶	۵۹.۶۴	۲۳۷.۲۳	۱۰۹.۲۲	۳۱۴.۰۲	-۰.۰۵	۲.۶۹
	۱۰	۱۱۱۰۶۲.۶۹	۰.۲۲	۲۵۹.۵۳	۵۲.۹۷	۲۲۰.۴۰	۱۰۰.۷۹	۲۹۴.۷۲	-۱۱.۲۳	-۳.۶۲
	۱۵	۱۱۱۰۳۷.۵۶	۰.۰۸	۲۵۹.۷۰	۵۲.۷۸	۲۳۷.۹۵	۱۰۹.۵۸	۳۱۶.۰۲	-۱۱.۵۴	۳.۳۸
	۲۰	۱۱۰۹۸۳.۶۴	۰.۰۴	۲۶۰.۴۵	۵۲.۵۸	۲۲۳.۰۶	۱۰۲.۱۲	۲۹۷.۵۵	-۱۱.۸۸	-۲.۶۵
	۲۵	۱۱۰۸۸۰.۶۲	۰.۰۷	۲۶۱.۳۶	۵۲.۱۴	۲۳۵.۴۸	۱۰۸.۳۴	۳۱۲.۵۵	-۱۲.۶۳	۲.۲۰
	۳۰	۱۱۰۸۶۹.۸۰	-۰.۲۰	۲۶۱.۲۱	۶۱.۸۸	۲۵۴.۲۰	۱۱۷.۷۲	۳۳۵.۳۷	۳.۶۷	۹.۶۵
	۳۵	۱۱۰۸۶۹.۸۰	۰.۰۱	۲۶۱.۲۱	۶۱.۸۸	۲۵۴.۲۰	۱۱۷.۷۲	۳۳۵.۳۷	۳.۶۷	۹.۶۵
	۴۰	۱۱۰۸۶۹.۸۰	۰.۰۱	۲۶۱.۲۱	۶۱.۸۸	۲۵۴.۲۰	۱۱۷.۷۲	۳۳۵.۳۷	۳.۶۷	۹.۶۵

تغییرات کسر معیوب تأثیر ناچیزی بر سود دارد (حداکثر تغییر کمتر از یک درصد). قیمت فروش برای حفظ تقاضا تنظیم می‌شود. سطح کمبود با کاهش کسر معیوب تا بیش از بیست درصد افزایش می‌یابد، زیرا اقلام معیوب کمتر، پذیرش کمبود را توجیه می‌کند. موجودی اقلام سالم و معیوب و اندازه دسته تولید با کاهش کسر معیوب تا بیش از بیست درصد افزایش می‌یابند. اثر متقابل نشان می‌دهد که کاهش کسر معیوب باعث افزایش کمبود، موجودی، و اندازه دسته برای کاهش هزینه‌های دوباره‌کاری می‌شود. زمان چرخه دوباره‌کاری با افزایش کسر معیوب اندکی طولانی‌تر می‌شود. این نتایج در شکل ۱۰ نمایش داده شده است.



شکل ۱۰ نمودار حساسیت سود و متغیرهای تصمیم نسبت به کسر معیوب

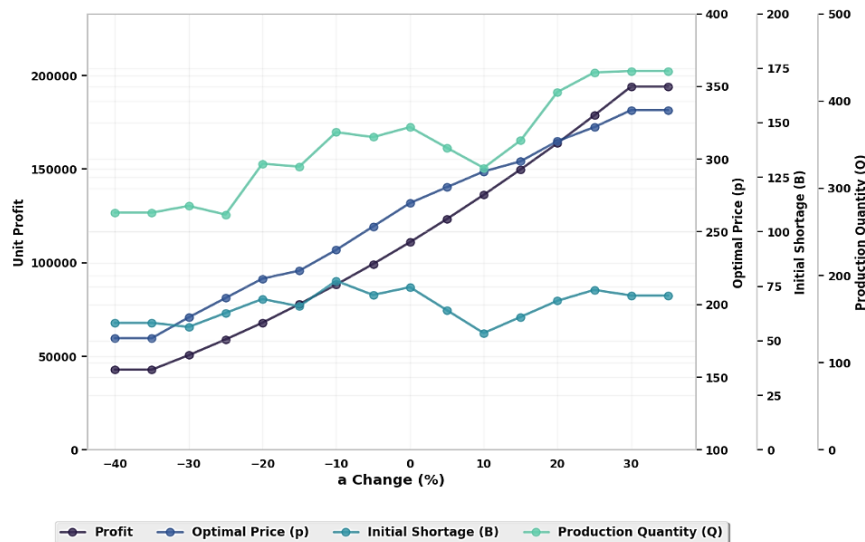
۶-۶- تحلیل حساسیت تقاضای پایه:

تغییرات تقاضای پایه در بازه کاهش و افزایش چهل درصدی نسبت به مقدار پایه بررسی شد. نتایج در جدول ۸ ارائه شده است.

جدول ۸ نتایج حاصل از تغییرات پارامتر تقاضای پایه

تغییرت (Q)	تغییرت (B)	(Q)	(H ₁)	(H)	(B)	(B)	تغییرت سود متوسط	مقدار (a)	تغییرت پارامتر
-۲۰.۳۱	-۳۲.۲۷	۲۷۲.۰۸	۱۰۲.۷۲	۲۲۴.۲۴	۵۸.۳۰	۱۷۶.۹۳	-۶۸.۱۹	۴۲۸۹۰.۲۰	۶۰۰.۰۰
-۲۰.۳۱	-۳۲.۲۷	۲۷۲.۰۸	۱۰۲.۷۲	۲۲۴.۲۴	۵۸.۳۰	۱۷۶.۹۳	-۶۱.۵۳	۴۲۸۹۰.۲۰	۶۵۰.۰۰
-۵.۴۳	-۲۶.۸۲	۲۷۹.۷۹	۱۰۴.۸۷	۲۲۸.۵۵	۵۶.۴۲	۱۹۱.۲۰	-۵۴.۲۸	۵۰۶۳۱.۴۶	۷۰۰.۰۰
۵.۳۱	-۲۱.۷۰	۲۶۹.۸۷	۹۹.۳۳	۲۱۷.۴۸	۶۲.۸۳	۲۰۴.۵۳	-۴۷.۲۵	۵۹۰۲۲.۰۵	۷۵۰.۰۰
۱۶.۰۱	-۱۶.۵۸	۳۲۸.۲۳	۱۲۲.۸۰	۲۶۴.۳۳	۶۹.۲۳	۲۱۷.۸۶	-۳۸.۸۳	۶۷۹۹۱.۵۱	۸۰۰.۰۰
۱۰.۴۱	-۱۴.۵۰	۳۲۴.۸۴	۱۱۸.۷۳	۲۵۶.۲۰	۶۵.۸۸	۲۲۳.۳۱	-۳۰.۰۲	۷۷۸۹۷.۴۴	۸۵۰.۰۰
۳۰.۰۱	-۹.۰۳	۳۶۴.۳۳	۱۳۳.۸۹	۲۸۶.۴۹	۷۷.۵۶	۲۳۷.۶۰	-۲۰.۴۶	۸۸۳۲۰.۵۲	۹۰۰.۰۰
۱۹.۱۵	-۲.۸۹	۳۵۸.۶۶	۱۲۹.۷۷	۲۷۸.۲۶	۷۱.۰۹	۲۵۳.۷۰	-۱۰.۶۴	۹۹۳۳۳.۵۷	۹۵۰.۰۰
۲۵.۱۳	۳.۲۷	۳۷۰.۱۰	۱۳۳.۴۵	۲۸۵.۶۱	۷۴.۶۶	۲۶۹.۸۱	-۰.۲۳	۱۱۰۹۸۷.۷۸	۱۰۰۰.۰۰
۷.۴۹	۷.۵۰	۳۴۶.۵۰	۱۲۱.۶۴	۲۶۲.۰۱	۶۴.۱۳	۲۸۰.۷۳	۱۱.۰۶	۱۲۳۳۴۳.۹۴	۱۰۵۰.۰۰
-۱۰.۱۸	۱۱.۶۲	۳۳۳.۴۱	۱۰۹.۶۹	۲۳۸.۱۵	۵۳.۶۰	۲۹۱.۵۶	۲۲.۷۸	۱۳۶۲۸۷.۹۸	۱۱۰۰.۰۰
۲.۲۵	۱۴.۳۰	۳۵۴.۷۹	۱۱۸.۶۷	۲۵۶.۰۹	۶۱.۰۱	۲۹۸.۵۳	۳۴.۷۸	۱۴۹۸۵۰.۹۹	۱۱۵۰.۰۰
۱۴.۷۲	۱۹.۶۱	۴۱۰.۳۱	۱۳۸.۲۶	۲۹۵.۲۱	۶۸.۴۲	۳۱۲.۴۳	۴۷.۷۵	۱۶۳۸۸۸.۹۰	۱۲۰۰.۰۰
۲۳.۰۱	۲۳.۰۸	۴۳۲.۸۲	۱۴۳.۸۱	۳۰۶.۳۰	۷۳.۴۲	۳۲۲.۰۶	۶۰.۷۵	۱۷۸۷۵۵.۳۸	۱۲۵۰.۰۰
۱۸.۷۴	۲۷.۸۵	۴۳۴.۴۹	۱۴۱.۳۶	۳۰۱.۴۰	۷۰.۸۳	۳۳۳.۷۶	۷۴.۹۹	۱۹۴۱۶۸.۶۸	۱۳۰۰.۰۰
۱۸.۷۴	۲۷.۸۵	۴۳۴.۴۹	۱۴۱.۳۶	۳۰۱.۴۰	۷۰.۸۳	۳۳۳.۷۶	۸۹.۴۴	۱۹۴۱۶۸.۶۸	۱۳۵۰.۰۰
۱۸.۷۴	۲۷.۸۵	۴۳۴.۴۹	۱۴۱.۳۶	۳۰۱.۴۰	۷۰.۸۳	۳۳۳.۷۶	۸۹.۴۴	۱۹۴۱۶۸.۶۸	۱۴۰۰.۰۰

تقاضای پایه تأثیر بسیار زیادی بر سود دارد (حداکثر افزایش نزدیک به نود درصد و کاهش بیش از شصت درصد). قیمت فروش با کاهش تقاضا تا بیش از سی درصد کاهش می‌یابد تا تقاضا را افزایش دهد و با افزایش تقاضا تا بیش از بیست درصد افزایش می‌یابد. سطح کمبود با افزایش تقاضا تا بیش از ده درصد کاهش می‌یابد، زیرا تقاضای بالاتر کمبود را کاهش می‌دهد. موجودی اقلام سالم و معیوب و اندازه دسته تولید با افزایش تقاضا تا بیش از چهل درصد افزایش می‌یابند. اثر متقابل نشان می‌دهد که افزایش تقاضا باعث افزایش قیمت فروش، موجودی، و اندازه دسته و کاهش کمبود می‌شود، که سود را به‌طور قابل توجهی افزایش می‌دهد. زمان‌های چرخه با افزایش تقاضا فشرده‌تر می‌شوند. این نتایج در شکل ۱۱ نمایش داده شده است.



شکل ۱۱ نمودار حساسیت سود و متغیرهای تصمیم نسبت به تقاضای پایه

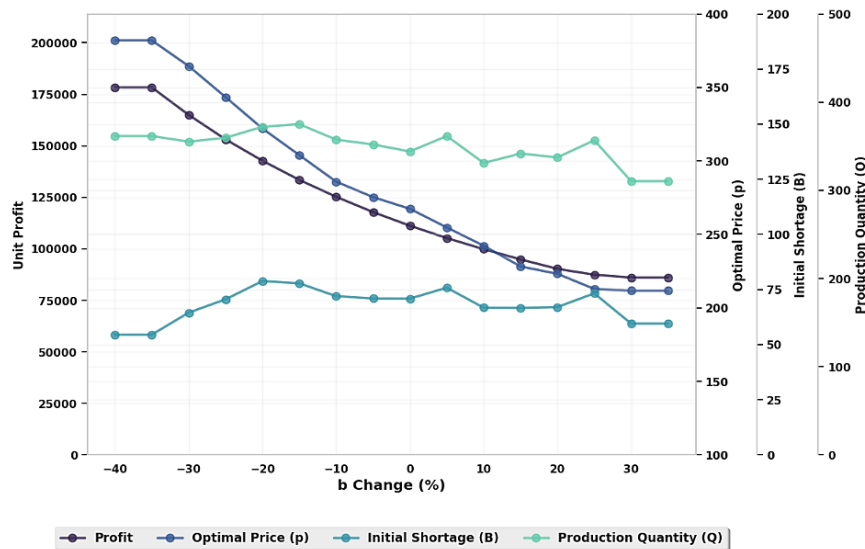
۶-۷- تحلیل حساسیت ضریب حساسیت تقاضا به قیمت:

تغییرات ضریب حساسیت تقاضا به قیمت در بازه کاهش و افزایش چهل درصدی نسبت به مقدار پایه بررسی شد. نتایج در جدول ۹ ارائه شده است.

جدول ۹ نتایج حاصل از تغییرات ضریب حساسیت تقاضا به قیمت

تغییر پارامتر	مقدار (b)	سود متوسط	تغییر سود	(p)	(B)	(H)	(H ₁)	(Q)	تغییر (p)	تغییر (B)	تغییر (Q)
-۴۰	۱.۲۰	۱۷۸۳۰۷.۸۱	۷۳.۷۷	۳۸۱.۹۹	۵۴.۵۳	۲۷۰.۶۲	۱۲۵.۹۴	۳۶۱.۵۳	۴۶.۲۲	-۸.۵۸	۱۸.۱۹
-۳۵	۱.۳۰	۱۷۸۳۰۷.۸۱	۶۰.۴۴	۳۸۱.۹۹	۵۴.۵۳	۲۷۰.۶۲	۱۲۵.۹۴	۳۶۱.۵۳	۴۶.۲۲	-۸.۵۸	۱۸.۱۹
-۳۰	۱.۴۰	۱۶۴۹۷۱.۶۰	۴۸.۰۷	۳۶۴.۵۱	۶۴.۵۱	۲۶۸.۱۱	۱۲۴.۶۸	۳۵۵.۱۷	۳۹.۵۸	۸.۱۲	۱۶.۱۸
-۲۵	۱.۵۰	۱۵۳۱۰۶.۹۳	۳۷.۷۰	۳۴۳.۴۱	۷۰.۵۵	۲۷۲.۲۰	۱۲۶.۷۳	۳۵۹.۵۸	۳۱.۵۰	۱۸.۲۵	۱۷.۵۹
-۲۰	۱.۶۰	۱۴۲۷۳۰.۸۵	۲۸.۳۵	۳۲۲.۰۴	۷۸.۸۴	۲۸۲.۶۷	۱۳۱.۹۸	۳۷۲.۰۴	۲۳.۲۷	۳۲.۱۴	۲۱.۶۵
-۱۵	۱.۷۰	۱۳۳۴۳۰.۷۰	۲۰.۰۱	۳۰۳.۹۶	۷۷.۸۲	۲۸۴.۲۴	۱۳۲.۷۶	۳۷۴.۹۴	۱۶.۳۶	۳۰.۳۷	۲۲.۶۴
-۱۰	۱.۸۰	۱۲۵۲۲۷.۹۱	۱۲.۵۵	۲۸۵.۸۷	۷۱.۹۸	۲۷۰.۶۳	۱۲۵.۹۵	۳۵۷.۵۰	۹.۴۳	۲۰.۶۳	۱۶.۹۲
-۵	۱.۹۰	۱۱۷۸۱۲.۴۲	۶.۱۶	۲۷۵.۳۷	۷۰.۹۵	۲۶۷.۶۲	۱۲۴.۴۴	۳۵۱.۹۳	۵.۴۳	۱۸.۹۰	۱۵.۰۹
۰	۲.۰۰	۱۱۱۲۰۶.۰۹	-۰.۰۵	۲۶۷.۴۰	۷۰.۸۸	۲۶۳.۲۴	۱۲۲.۲۴	۳۴۴.۰۵	۲.۳۹	۱۸.۷۶	۱۲.۵۲
۵	۲.۱۰	۱۰۵۲۰۶.۷۱	-۵.۳۲	۲۵۴.۷۳	۷۵.۸۲	۲۷۷.۴۲	۱۲۹.۳۴	۳۶۱.۵۴	-۲.۵۰	۲۷.۰۶	۱۸.۲۳

ضریب حساسیت تقاضا به قیمت تأثیر قابل توجهی بر سود دارد (حداکثر افزایش بیش از هفتاد درصد و کاهش بیش از پنج درصد). قیمت فروش با کاهش ضریب تا بیش از چهل درصد افزایش می‌یابد، زیرا حساسیت کمتر تقاضا امکان افزایش قیمت را فراهم می‌کند. سطح کمبود با افزایش ضریب تا بیش از بیست درصد افزایش می‌یابد، زیرا حساسیت بالاتر تقاضا کمبود را افزایش می‌دهد. موجودی اقلام سالم و معیوب و اندازه دسته تولید با کاهش ضریب تا بیش از بیست درصد افزایش می‌یابند. اثر متقابل نشان می‌دهد که کاهش ضریب حساسیت باعث افزایش قیمت فروش، موجودی و اندازه دسته و کاهش کمبود می‌شود، که سود را به‌طور قابل توجهی افزایش می‌دهد. زمان‌های چرخه با افزایش تقاضا فشرده‌تر می‌شوند. این نتایج در شکل ۱۲ نمایش داده شده است.



شکل ۱۲ حساسیت سود و متغیرهای تصمیم نسبت به ضریب حساسیت تقاضا به قیمت

۷- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک مدل کمیت تولید اقتصادی (EPQ) برای کالاهای فاسدشدنی ارائه گردید که تقاضای آن به صورت تصادفی براونی و همزمان وابسته به قیمت مدل‌سازی شده است. ویژگی برجسته این مدل، ادغام یکپارچه مجموعه‌ای از محدودیت‌های عملیاتی واقعی است که شامل نرخ فسادپذیری همراه با هزینه نگهداری جداگانه برای اقلام فاسدشده، نرخ تولید کاهشی نمایی در طول زمان به منظور مدل‌سازی فرسودگی تدریجی تجهیزات، فرآیند تولید ناقص با امکان دوباره‌کاری اقلام معیوب، سیاست کمبود پس‌افت و قیمت‌گذاری پویا به عنوان متغیر تصمیم اصلی می‌باشد. مسئله به صورت برنامه‌ریزی تصادفی غیرخطی فرموله و با رویکرد ترکیبی شبیه‌سازی مونت کارلو و الگوریتم گرادیان نزولی حل گردید.

نتایج عددی و تحلیل حساسیت گسترده نشان داد که کاهش نرخ تولید در طول زمان و افزایش نسبت اقلام غیرقابل دوباره‌کاری، مهم‌ترین عوامل کاهنده سود هستند و بر ضرورت سرمایه‌گذاری در برنامه‌های نگهداری پیشگیرانه و کنترل کیفیت دقیق تأکید می‌نماید. همچنین، کشش قیمتی تقاضا تأثیر به‌مراتب قوی‌تری نسبت به نرخ فساد بر استراتژی قیمت‌گذاری بهینه و سودآوری کلی دارد؛ به‌گونه‌ای که در بازارهای با کشش قیمتی بالا، اتخاذ سیاست کاهش تدریجی قیمت در طول چرخه تولید-دوباره‌کاری، سود قابل‌توجهی ایجاد می‌کند. در مقایسه روش‌های حل نیز، رویکرد ترکیبی پیشنهادی (با بهره‌گیری از گرادیان نزولی) در تمامی سناریوها همگرایی سریع‌تر و سود متوسط بالاتری نسبت به شبیه‌سازی مونت کارلو خالص ارائه نمود. این نتایج، ابزار تصمیم‌گیری عملی و مؤثری برای مدیران در صنایع حساس به فساد مانند زنجیره تأمین مواد غذایی و دارویی فراهم می‌آورد.

برای تحقیقات آتی، پیشنهاد می‌شود مدل به زنجیره تأمین چندسطحی با عدم قطعیت در تأمین مواد اولیه تعمیم یابد و تحلیل‌های هزینه-فایده دقیق سرمایه‌گذاری در فناوری‌های سبز (مانند فرآیندهای تولید کم‌کربن و تجهیزات انرژی‌کارا) در آن گنجانده شود تا اثرات زیست‌محیطی و اقتصادی هم‌زمان ارزیابی گردد. همچنین، ادغام مکانیزم‌های مالیات کربنی، توسعه مدل‌های چندمحصولی، بررسی تقاضای هم‌زمان وابسته به موجودی و قیمت و مقایسه عملکرد رویکرد پیشنهادی با روش‌های نوین یادگیری ماشین و الگوریتم‌های تکاملی پیشرفته می‌تواند جهت‌گیری‌های ارزشمندی برای تحقیقات بعدی باشد.

پیوست ۱: تابع هزینه کل

$$\begin{aligned}
 ETCU(Q, B) = & CQ + C_r xQ + C_s xQ\theta_1 + K \\
 & + h \left\{ \frac{P}{\lambda_p} e^{-\lambda_p t_1} \left(\frac{B + H_1}{P - \lambda + bp} - \frac{B}{P - \lambda + bp} \right) + \frac{P}{\lambda_p} (e^{-\lambda_p t_1} - e^{-\lambda_p t_1}) \right. \\
 & - \frac{(\lambda - bp) \left(\frac{B + H_1}{P - \lambda + bp} - \frac{B}{P - \lambda + bp} \right)}{\lambda_p} + H_1 \left(\frac{B + H_1}{P - \lambda + bp} + \frac{H - H_1}{P_1 - \lambda + bp} - t_1 \right) \\
 & + \frac{P_1}{\lambda_p} e^{-\lambda_p t_1} \left(\frac{B + H_1}{P - \lambda + bp} + \frac{H - H_1}{P_1 - \lambda + bp} - \frac{B + H_1}{P - \lambda + bp} \right) + \frac{P_1}{\lambda_p} (e^{-\lambda_p t_1} - e^{-\lambda_p t_1}) \\
 & \left. - \frac{(\lambda - bp) \left(\frac{B + H_1}{P - \lambda + bp} + \frac{H - H_1}{P_1 - \lambda + bp} - \frac{B + H_1}{P - \lambda + bp} \right)}{\lambda_p} \right. \\
 & + H \left(\left(\frac{B + H_1}{P - \lambda + bp} + \frac{H - H_1}{P_1 - \lambda + bp} \right) + \frac{H}{\lambda - bp} - \frac{B + H_1}{P - \lambda + bp} + \frac{H - H_1}{P_1 - \lambda + bp} \right) \\
 & \left. - \frac{(\lambda - bp) \left(\left(\frac{B + H_1}{P - \lambda + bp} + \frac{H - H_1}{P_1 - \lambda + bp} \right) + \frac{H}{\lambda - bp} - \frac{B + H_1}{P - \lambda + bp} + \frac{H - H_1}{P_1 - \lambda + bp} \right)}{\lambda_p} \right\} \quad (29) \\
 & + h_1 \left[\int_0^{t_1} P_1 (1 - e^{-\lambda_p t}) dt + h_1 \cdot P_1 \cdot \frac{\left(\frac{B + H_1}{P - \lambda + bp} + \frac{H - H_1}{P_1 - \lambda + bp} \right)}{\lambda_p} \right] \\
 & + b \left\{ \frac{B}{P - \lambda + bp} \left(\frac{P}{\lambda_p} - B \right) + \frac{P}{\lambda_p} (e^{-\lambda_p t_1} - 1) - \frac{(\lambda - bp) \left(\frac{B}{P - \lambda + bp} \right)}{\lambda_p} \right. \\
 & \left. + (\lambda - bp) \frac{\left(\frac{B + H_1}{P - \lambda + bp} + \frac{H - H_1}{P_1 - \lambda + bp} + \frac{H + B}{\lambda - bp} - \left(\frac{B + H_1}{P - \lambda + bp} + \frac{H - H_1}{P_1 - \lambda + bp} \right) + \frac{H}{\lambda - bp} \right)}{\lambda_p} \right\}
 \end{aligned}$$

۸-مراجع

- [1] Braglia M, Castellano D, Marrazzini L, Song D. A continuous review,(Q, r) inventory model for a deteriorating item with random demand and positive lead time. Computers & Operations Research. 2019;109:102-21.
- [2] Federgruen A, Wang M. Monotonicity properties of a class of stochastic inventory systems. Annals of Operations Research. 2013;208:155-86.
- [3] Kogan K. Manufacturing under uncertainty: offsetting the inability to instantaneously adjust production with dynamic pricing. IIE Transactions. 2012;44:419-30.
- [4] Sadeghi H, Farughi H, Kalevandi F, Solgi M. Production Planning System with Variable Demand and Stochastic Machine Breakdown. Journal of Industrial Management Perspective. 2023;13:93-126.
- [5] Sadeghi H, Golpîra H, Khan SAR. Optimal integrated production-inventory system considering shortages and discrete delivery orders. Computers & Industrial Engineering. 2021;156:107233.

- [6] Lin H-J. An economic production quantity model with backlogging and imperfect rework process for uncertain demand. *International Journal of Production Research*. 2021;59:467-82.
- [7] Wei B, Yao D. Ergodic inventory control with diffusion demand and general ordering costs. *Operations Research Letters*. 2021;49:578-85.
- [8] Yao D, Chao X, Wu J. Optimal control policy for a Brownian inventory system with concave ordering cost. *Journal of Applied Probability*. 2015;52:909-25.
- [9] Yao D. Joint pricing and inventory control for a stochastic inventory system with Brownian motion demand. *IIE Transactions*. 2017;49:1101-11.
- [10] Chen H, Wu OQ, Yao DD. On the benefit of inventory-based dynamic pricing strategies. *Production and Operations Management*. 2010;19:249-60.
- [11] He S, Yao D, Zhang H. Optimal ordering policy for inventory systems with quantity-dependent setup costs. *Mathematics of Operations Research*. 2017;42:979-1006.
- [12] Avinadav T. Stochastic periodic-review models with duration-and quantity-dependent inventory costs: Properties and approximations. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*. 2016;33:1650030.
- [13] Lin H-J. Two-critical-number control policy for a stochastic production inventory system with partial backlogging. *International Journal of Production Research*. 2017;55:4123-35.
- [14] Kitaeva AV, Stepanova NV, Zukovskaya AO. Pricing and lot-sizing for continuously decaying items with stochastic demand. *IFAC-PapersOnLine*. 2017;50:10160-5.
- [15] Germs R, Foreest ND. Optimal control of production-inventory systems with constant and compound poisson demand: University of Groningen, Faculty of Economics and Business, 2013.
- [16] Cao P, Yao D. Optimal drift rate control and impulse control for a stochastic inventory/production system. *SIAM Journal on Control and Optimization*. 2018;56:1856-83.
- [17] Gong M, Lian Z, Xiao H. Inventory control policy for perishable products under a buyback contract and Brownian demands. *International Journal of Production Economics*. 2022;251:108522.
- [18] Sato K, Yagi K, Shimazaki M. A stochastic inventory model for a random yield supply chain with wholesale-price and shortage penalty contracts. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*. 2018;35:1850040.
- [19] Violi A, De Maio A, Fattoruso G. Inventory management and delivery of perishable products with stochastic demands and risks consideration. *Procedia Computer Science*. 2024;232:2941-9.
- [20] Cruz JAd, Salles-Neto Lld, Schenekemberg CM. A Rolling Horizon Approach for a Production Planning and Inventory Management Problem Under Stochastic Demand. *Process Integration and Optimization for Sustainability*. 2025:1-26.
- [21] Tshinangi K, Adetunji O, Yadavalli S. A Two-Echelon Supply Chain Inventory Model for Perishable Products with a Shifting Production Rate, Stock-Dependent Demand Rate, and Imperfect Quality Raw Material. *AppliedMath*. 2025;5:50.
- [22] Nwoba P, Osiogun U, Okoro C, Nduka U. An Inventory Model Under Exponential Demand and Weibull Deterioration Rates with Shortage-Dependent Partial Backlogging. *American Journal of Mathematical and Management Sciences*. 2025;44:49-68.
- [23] Mukherjee AK, Roy SK, Seshadri R, Hana T, He S. Economic production quantity model with shortages under price-and green-sensitive demand in uncertain environment: AK Mukherjee et al. *Operational Research*. 2025;25:89.
- [24] Siriruk P, Kotekangpoo A. Order quantity optimization model for perishable products under continuous review (Q, r) inventory policy with stochastic demand and positive lead time. *Omega*. 2026;138:103392.
- [25] Ugbo C, Apanapudor JS. OPTIMIZING PERISHABLE INVENTORY SYSTEMS: A DOUBLE-ORDER POLICY WITH WEIBULL-DISTRIBUTED DEMAND. *Science World Journal*. 2025;20:659-65.
- [26] Sethi G, Yadav AS, Singh C. OPTIMIZATION OF PERISHABLE INVENTORY IN TWO-WAREHOUSE SYSTEM USING GENETIC ALGORITHMS WITH LOG-GAMMA DECAY AND NONLINEAR DEMAND. *Reliability: Theory & Applications*. 2025;20:813-23.

- [27] Shaikh AA, Ali H, Ekren B, Das SC, Alrasheedi AF. Sustainable Inventory Optimization for Perishable Goods: A Metaheuristic Approach Considering Price Elasticity, Green Demand, and Carbon Taxation. *Green Demand, and Carbon Taxation*.
- [28] Sadeghi H, Farughi H, Sayedi R. Determining the Optimal Replenishment Policy in an Integrated Vendor–Buyer with Multiple Delivery Policy. 2023.
- [29] Atan Z, Honhon D, Pan XA. Displaying and discounting perishables: Impact on retail profits and waste. *Management Science*. 2025.
- [30] Zwierzchowski T, Adamiak K. Desired Trajectory Based Sliding Mode Control for Multiple Perishable Inventory Systems. *IEEE Access*. 2025.
- [31] Kitaeva AV, Cao Y. Shortages of perishables control for a stochastic inventory system in retail through dynamic pricing. *Вестник Томского государственного университета Управление, вычислительная техника и информатика*. 2025:82-92.
- [32] Jagadeesan V, Gopal R, Thanji K, Cep R, Schindlerova V, Elangovan M. A Stochastic Deteriorated Single Product Inventory System Sustaining in Heterogeneous Environments with Restricted Compulsory Waiting Period in reordering. *International Journal of Applied and Computational Mathematics*. 2025;11:171.
- [33] Sadeghi H, Mahmoodi A. Multi-objective inventory model for material requirements planning with uncertain lead-time. *International journal of operational research*. 2022;43:391-415.
- [34] Jain M, Indoria H, Chaudhary A, Singh P. Effects of memory on inventory control and pricing policy for imperfect production with rework process. *RAIRO-Operations Research*. 2025;59:77-99.
- [35] Ceylan M, Aydemir E. A New Sustainable Economic Production Quantity Model with Imperfect Production and Shortage. *Arabian Journal for Science and Engineering*. 2025:1-12.