Journal of Industrial Innovations

https://jii.araku.ac.ir

ISSN: 3092-7811

Development and Comparative Analysis of Two Modeling Approaches for the Integrated Equipment Scheduling and Container Storage Space Allocation Problem

Zahra Sadat Fani Sadrabadi [a], Mahdi Alinaghian[b*]

[a] Department of Industrial and Systems Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran. z.fanisadrabadi@alumni.iut.ac.ir
[b] Department of Industrial and Systems Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran. alinaghian@iut.ac.ir

Original Article

Use your device to scan and read the article online

Citation: Fani Sadrabadi Z S, Alinaghian M. Development and Comparative Analysis of Two Modeling Approaches for the Integrated Equipment Scheduling and Container Storage Space Allocation Problem. Journal of Industrial Innovations. 2026; 4(3):53-76.

https://doi.org/10.22034/jii.2026.737499

KEYWORDS

Container terminal operations; Mixed-Integer Linear; Programming Model scalability.

ABSTRACT

The integrated problem of handling equipment scheduling and storage space allocation in container terminals is an important mixed-integer programming problem in maritime logistics whose computational performance is strongly affected by the structure of the mathematical formulation. This study develops and compares two approaches for modeling precedence relationships: a general sequencing approach and an equipment-dependent sequencing approach. In the general sequencing formulation, sequencing variables are defined independently of handling equipment, whereas in the equipment-dependent sequencing formulation these variables are explicitly associated with operational equipment.

Structural analysis shows that although both formulations have a similar order of growth for constraints, their main difference lies in the number of variables. Specifically, the number of sequencing variables grows as $O(|C|^2)$ in the general sequencing model and as $O|C|^2(|Q|+|T|+|Y|)$ in the equipment-dependent sequencing model. Therefore, the equipment-dependent sequencing formulation depends not only on the number of containers but also on the number of operational equipment, resulting in a faster increase in model size as the number of equipment grows.

To evaluate computational performance, both formulations were implemented in CPLEX and tested on benchmark instances of different sizes. The results indicate that both models are capable of obtaining optimal solutions; however, as the problem size increases, the equipment-dependent sequencing formulation requires longer solution times due to the larger number of variables generated. These findings highlight the importance of structural formulation analysis for selecting suitable models and improving the scalability of integrated optimization problems.

Extended Abstract

1. Introduction

Container terminals are critical nodes in maritime logistics systems, where efficient coordination of handling equipment directly affects operational performance. The increasing volume of containerized trade and the growing size of vessels have intensified terminal operations, making the reduction of vessel turnaround time and improvement of resource utilization essential objectives for port managers.

* Corresponding author.
E-mail address: alinaghian@iut.ac.ir
DOI: https://doi.org/10.22034/jii.2026.737499
Received: April 6, 2026; Received in revised form: May 15, 2026; Accepted: May 27, 2026.
Article type: Research Paper

Terminal operations involve multiple interrelated components, including quay cranes, yard trucks, yard cranes, and storage space decisions. The performance of each component influences the others, and lack of coordination may lead to congestion, increased handling time, and higher operational costs. In particular, equipment scheduling and container storage space allocation are strongly interconnected decisions that significantly impact overall terminal efficiency.

This study focuses on an integrated equipment scheduling and container storage space allocation problem. Two distinct modeling approaches are developed to represent sequencing relationships within the system a General Sequencing (GS) formulation and an Equipment Dependent Sequencing (EDS) formulation. The proposed models are compared in terms of structural complexity and computational performance in order to evaluate the impact of sequencing representation on model size and solution efficiency.

2. Modeling and formulation

Two mixed-integer linear programming formulations are developed for the integrated equipment scheduling and container storage space allocation problem. In both formulations, quay crane scheduling, yard truck scheduling, yard crane scheduling, and storage assignment are determined simultaneously. The objective is to minimize the makespan:

$$\boldsymbol{Min\ C_{max}}$$

The first formulation, denoted by GS, uses equipment-independent sequencing variables. It includes constraints for equipment assignment, storage allocation, sequencing at the three handling stages, temporal linking, precedence relations, storage capacity, compatibility, and makespan definition.

The second formulation, denoted by EDS, uses equipment-dependent sequencing variables. It includes storage allocation, equipment-specific sequencing, path continuity, flow conservation, non-overlapping, precedence, compatibility, and makespan definition constraints.

The main difference between the two formulations lies in the structure of sequencing decisions. The GS model employs equipment-independent precedence variables and therefore yields a more compact representation. In contrast, the EDS model captures equipment-level operational paths and provides a more detailed description of the handling process. In terms of model size, the variable growth order is $O(|C|^2)$ for GS and $O\,|C|^2(|Q|+|T|+|Y|)$ for EDS, while the constraint growth order is identical for both formulations, i.e., $O(|C|^2(|Q|+|T||B|+|Y||L|)$. Therefore, the comparison between the two models is mainly based on the trade-off between compactness and representational accuracy.

3. Implementation of the models and analysis

In this section, the computational results of the proposed formulations are presented using GAMS and CPLEX. To evaluate the performance of the models, 15 test instances with different sizes were solved. In all experiments, MIPGap was set to zero and the time limit was fixed at 3600 seconds. The results obtained were without gaps, and both models reached optimal solutions for all instances.

The computational results of the GS and EDS models are summarized in Table 9. The table reports the problem number, the number of containers $\boldsymbol{C}$, the numbers of quay cranes, yard trucks, and yard cranes $\boldsymbol{Q/T/Y}$, the numbers of yard blocks and storage locations ($\boldsymbol{B/L}$), the number of decision variables, the solution time of each model, and the time ratio of EDS to GS.

Table 9 Computational results obtained for the GS and EDS models

Instance	$\boldsymbol{C}$	$\boldsymbol{Q/T/Y}$	$\boldsymbol{B/L}$	No. of Variables		Computational Time (s)	
				GS	EDS	GS	EDS
1	6	1/2/1	2/2	151	205	4	2
2	7	1/1//1	2/3	190	225	38	64
3	7	1/2/1	2/3	204	281	43	97
4	8	1/2/1	2/3	257	353	64	156
5	8	1/2/2	2/4	297	457	88	260
6	9	2/3/2	3/5	433	793	111	319
7	9	2/4/2	3/5	460	892	132	365
8	10	2/5/2	3/6	591	1221	156	598
9	10	3/5/2	3/6	601	1321	169	613
10	10	3/7/2	3/7	681	1591	178	629
11	11	3/7/2	3/6	760	1849	245	987
12	11	3/7/2	3/7	782	1882	278	1124
13	11	3/7/3	3/7	859	2069	302	1256
14	12	3/9/4	3/7	1129	2965	392	2145
15	12	3/9/4	4/9	1333	3205	456	2300

As shown in Table 9, the EDS model is larger than GS in all instances, with about 1.5 to 2 times more variables on average. Although both models solve all instances optimally, GS requires less computational time. For medium-sized instances, the runtime of EDS is about 2 to 3 times that of GS, while for larger instances this ratio exceeds 5. Therefore, GS shows better computational efficiency and scalability.

4. Conclusion

This paper compares GS and EDS formulations for the integrated equipment scheduling and storage space allocation problem in container terminals. Although both models show similar constraint growth, EDS generates more variables and

requires higher computational effort. The results indicate that GS is more scalable and computationally efficient, while EDS offers a more detailed equipment-dependent representation.

نوآوری‌های صنعتی
شاپا: ۷۸۱۱-۳۰۹۲

ارائه و تحلیل مقایسه‌ای مدل‌سازی دوگانه مسئله یکپارچه زمان‌بندی تجهیزات و تخصیص مکان ذخیره‌سازی کانتینر

زهراالسادات فانی صدرآبادی[الف]، مهدی علینقیان[ب]*

[الف] گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی‌اصفهان، اصفهان، ایران. z.fanisadrabadi@alumni.iut.ac.ir
[ب] گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی‌اصفهان، اصفهان، ایران. alinaghian@iut.ac.ir

واژگان کلیدی

عملیات پایانه کانتینری؛ برنامه‌ریزی خطی صحیح مختلط؛ مقیاس‌پذیری مدل.

تاریخ دریافت: ۱۴۰۵/۰۱/۱۷

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۵/۰۲/۲۵

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۳/۰۶

چکیده

مسئله یکپارچه زمان‌بندی تجهیزات جابه‌جایی و تخصیص مکان ذخیره‌سازی در پایانه‌های کانتینری، از جمله مسائل مهم برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط در حوزه لجستیک دریایی است که عملکرد محاسباتی آن به ساختار فرمول‌بندی ریاضی وابسته است. در این پژوهش، دو رویکرد متفاوت برای مدل‌سازی روابط تقدم و تأخر عملیات شامل رویکرد توالی عمومی و رویکرد توالی وابسته به تجهیز توسعه یافته و از منظر ساختاری و کارایی محاسباتی با یکدیگر مقایسه شده‌اند. در مدل توالی عمومی، متغیرهای ترتیبی مستقل از تجهیزات و در مدل توالی وابسته به تجهیز این متغیرها به تجهیزات عملیاتی وابسته هستند. تحلیل ساختاری مدل‌ها نشان داد که اگرچه مرتبه رشد قیود در هر دو فرمول‌بندی مشابه است، اما تفاوت اصلی در رشد تعداد متغیرها می‌باشد. مرتبه رشد متغیرها در مدل توالی عمومی برابر با $O(|C|^2)$ و در مدل توالی وابسته به تجهیز برابر با $O\,|C|^2(|Q|+|T|+|Y|)$ است. بنابراین این مدل علاوه‌بر تعداد کانتینرها به تعداد تجهیزات هم وابسته بوده و با افزایش تعداد تجهیزات، متغیرها با نرخ بیشتری رشد می‌کند. به‌منظور ارزیابی عملکرد محاسباتی، هر دو فرمول‌بندی با استفاده از حل‌کننده CPLEX پیاده‌سازی و بر روی مجموعه‌ای از نمونه‌های آزمایشی در ابعاد مختلف اجرا شدند. نتایج محاسباتی نشان داد که هر دو مدل قادر به دستیابی به جواب بهینه هستند، اما با افزایش ابعاد مسئله، مدل توالی وابسته به تجهیز به دلیل تولید تعداد متغیر بیشتر، به زمان حل بالاتری نیازمند است. این یافته‌ها بیانگر آن است که تحلیل مرتبه رشد و ساختار فرمول‌بندی‌ها می‌تواند نقش مهمی در انتخاب مدل مناسب و بهبود مقیاس‌پذیری مسائل ایفا کند.

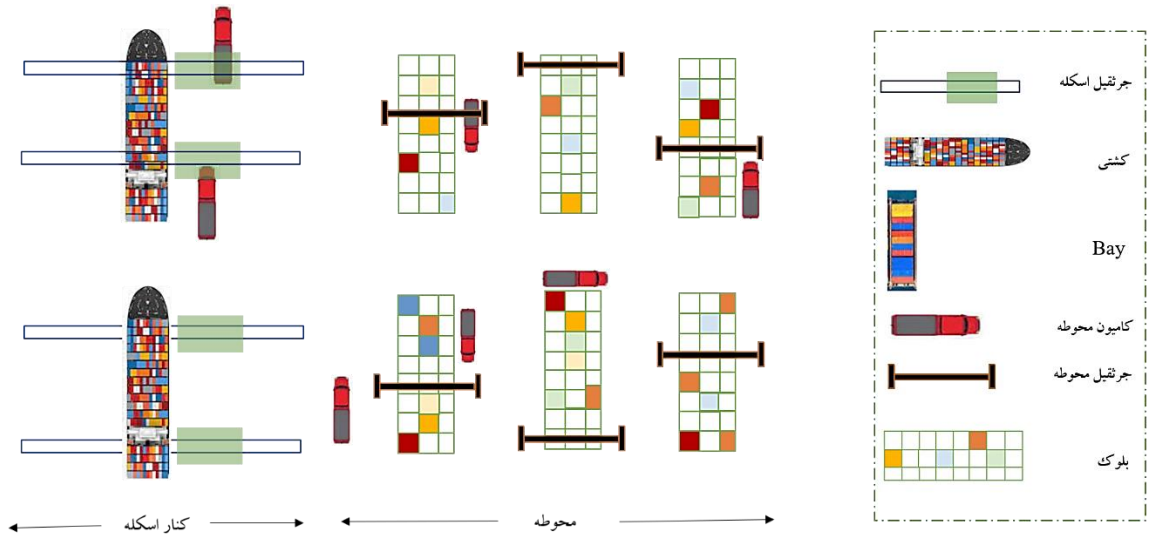
۱- مقدمه

پایانه‌های کانتینری به‌عنوان یکی از مهم‌ترین گلوگاه‌های لجستیکی در زنجیره تأمین جهانی، نقش اساسی در اتصال حمل‌ونقل دریایی به شبکه‌های حمل‌ونقل زمینی ایفا می‌کنند. رشد مستمر تجارت بین‌الملل و افزایش ابعاد کشتی‌های کانتینری موجب افزایش حجم عملیات در بنادر شده و در نتیجه، ضرورت ارتقای بهره‌وری عملیاتی و کاهش زمان توقف کشتی‌ها در اسکله بیش‌ازپیش موردتوجه قرار گرفته است [۱]. این تحولات سبب شده است که طراحی، برنامه‌ریزی و مدیریت عملیات پایانه‌های کانتینری به یکی از حوزه‌های مهم تحقیقاتی در لجستیک دریایی تبدیل شود.

* نویسنده مسئول؛
آدرس پست الکترونیک: alinaghian@iut.ac.ir

عملیات در یک پایانه کانتینری را می‌توان به دو بخش اصلی تقسیم کرد: بخش کنار اسکله[1] که شامل پهلوگیری کشتی و جابه‌جایی کانتینرها میان کشتی و اسکله است و بخش محوطه[2] که شامل انتقال، ذخیره‌سازی و آماده‌سازی کانتینرها برای حمل زمینی یا بارگیری مجدد می‌باشد [۲]. در بخش کنار اسکله، جرثقیل‌های اسکله[3] نقش محوری در تخلیه و بارگیری کانتینرها ایفا می‌کنند و عملکرد آن‌ها تأثیر مستقیم بر زمان حضور کشتی در بندر دارد [۳]. هرگونه ناکارآمدی در زمان‌بندی این تجهیزات می‌تواند موجب افزایش هزینه‌های عملیاتی و کاهش بهره‌وری کل پایانه شود.

پس از تخلیه کانتینر توسط جرثقیل اسکله، کانتینرها از طریق کامیون‌های محوطه[4] به محل‌های ذخیره‌سازی منتقل می‌شوند. این کامیون‌ها حلقه ارتباطی میان کنار اسکله و محوطه را تشکیل داده و جریان پیوسته جابه‌جایی داخلی کانتینرها را تضمین می‌کنند [۴]. در ادامه، جرثقیل‌های محوطه[5] مسئول استقرار کانتینرها در بلوک‌های ذخیره‌سازی یا بازیابی آن‌ها برای عملیات بعدی هستند. نحوه عملکرد این جرثقیل‌ها تأثیر قابل‌توجهی بر کارایی عملیات داخلی پایانه دارد و مدیریت صحیح آن‌ها نقش مهمی در کاهش زمان عملیات و جلوگیری از تراکم در محوطه ایفا می‌کند [۵]. در شکل ۱ نمای شماتیکی از عملیات و تجهیزات مورد استفاده در پایانه‌های کانتینری را نشان می‌دهد.



شکل ۱ نمای شماتیک از پایانه کانتینری

با توجه به وابستگی متقابل این تجهیزات، هماهنگی میان جرثقیل‌های اسکله، کامیون‌های محوطه و جرثقیل‌های محوطه از الزامات اساسی دستیابی به عملکرد کارآمد در پایانه‌های کانتینری است. مطالعات مختلف نشان داده‌اند که عدم هماهنگی مناسب میان این تجهیزات می‌تواند منجر به ایجاد گلوگاه عملیاتی، افزایش زمان گردش کشتی و در نهایت، کاهش بهره‌وری کل سیستم شود [۶]. علاوه‌بر این، نحوه تخصیص مکان ذخیره‌سازی[6] در محوطه نیز بر عملکرد سایر تجهیزات اثرگذار است، زیرا انتخاب نامناسب محل ذخیره‌سازی می‌تواند مسافت حرکت تجهیزات را افزایش داده و زمان انجام عملیات را طولانی‌تر کند [۶].

در چنین محیط عملیاتی پیچیده‌ای، نحوه مدل‌سازی روابط تقدم و توالی میان عملیات مختلف از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. ساختار فرمول‌بندی ریاضی و شیوه تعریف متغیرهای ترتیبی می‌تواند به‌طور مستقیم بر تعداد متغیرها و قیود، ابعاد مدل و در نهایت عملکرد محاسباتی آن تأثیر بگذارد. باوجودآنکه مطالعات متعددی به مسائل زمان‌بندی تجهیزات و تخصیص مکان ذخیره‌سازی در پایانه‌های کانتینری پرداخته‌اند، مقایسه نظام‌مند رویکردهای مختلف مدل‌سازی از منظر پیچیدگی ساختاری و

[1] quayside
[2] yard
[3] quay cranes
[4] yard trucks
[5] yard creans
[6] storage space allocation

کارایی محاسباتی همچنان کمتر موردتوجه قرار گرفته است. به‌ویژه، تأثیر نحوه تعریف روابط ترتیبی بر رشد ابعاد مدل و رفتار محاسباتی فرمول‌بندی‌ها در مسائل یکپارچه، هنوز به‌صورت شفاف بررسی نشده است. این خلأ پژوهشی انگیزه اصلی مطالعه حاضر را شکل می‌دهد.

بر این اساس، در پژوهش حاضر دو رویکرد مدل‌سازی متمایز برای بیان روابط ترتیبی در مسئله یکپارچه زمان‌بندی تجهیزات جابه‌جایی و تخصیص مکان ذخیره‌سازی کانتینر مورد بررسی قرار می‌گیرد. رویکرد نخست، مدل مبتنی بر توالی عمومی (General Sequencing (GS)) است که در آن روابط تقدم و تأخر مستقل از تجهیزات تعریف می‌شوند. رویکرد دوم، مدل مبتنی بر توالی وابسته به تجهیز (Equipment Dependent Sequencing (EDS)) است که روابط ترتیبی را به‌صورت وابسته به هر تجهیز مدل‌سازی می‌کند. در ادامه، این دو فرمول‌بندی از طریق تحلیل ساختاری مدل‌ها، بررسی مرتبه رشد متغیرها و قیود و انجام آزمایش‌های محاسباتی با یکدیگر مقایسه می‌شوند تا تأثیر نوع مدل‌سازی روابط ترتیبی بر اندازه مدل، پایداری حل و عملکرد محاسباتی مورد ارزیابی قرار گیرد.

ساختار باقی‌مانده مقاله به این صورت است: در بخش ۲، مرور ادبیات پژوهش ارائه‌شده و نوآوری‌های اصلی تحقیق تشریح می‌شود. بخش ۳ به مدل‌سازی ریاضی مسئله اختصاص دارد؛ به‌گونه‌ای که ابتدا بیان مسئله، فرضیات و نمادهای مورد استفاده معرفی شده و سپس فرمول‌بندی ریاضی دو رویکرد ارائه می‌شود. در بخش ۴، توصیف ساختاری دو رویکرد مدل‌سازی انجام‌شده و اندازه مدل‌ها از نظر تعداد متغیرها و قیود مورد تحلیل قرار می‌گیرد. همچنین در این بخش، تحلیل نظری و مقایسه ساختاری دو فرمول‌بندی ارائه می‌شود. بخش ۵ شامل نتایج محاسباتی و تحلیل عملکرد مدل‌ها است که در آن تنظیمات محیط محاسباتی، داده‌های آزمایشی، مقایسه عملکرد زمانی، تحلیل نرخ رشد، تحلیل حساسیت نسبت تجهیزات به کانتینرها و در نهایت بحث مربوط به انتخاب فرمول‌بندی مناسب بررسی می‌شود. در پایان، بخش ۶ به نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادهایی برای پژوهش‌های آتی اختصاص‌یافته است.

۲- مرور ادبیات

افزایش مستمر حجم جابه‌جایی کانتینرها در بنادر جهان، پایانه‌های کانتینری را به یکی از پیچیده‌ترین سامانه‌های لجستیکی تبدیل کرده است. بر اساس گزارش‌های بین‌المللی، اندازه کشتی‌های کانتینری در سال‌های اخیر به‌طور پیوسته افزایش یافته است؛ روندی که فشار قابل‌توجهی بر ظرفیت عملیاتی و کارایی پایانه‌ها وارد می‌کند. در چنین شرایطی، هماهنگی مؤثر میان تجهیزات جابه‌جایی و مدیریت کارآمد فضای ذخیره‌سازی، به ضرورتی راهبردی برای تضمین بهره‌وری و کاهش زمان ماند کشتی‌ها تبدیل شده است.

در مراحل اولیه توسعه ادبیات این حوزه، تمرکز پژوهشگران عمدتاً بر بررسی مستقل زیرمسائل عملیاتی بوده است. یکی از بنیادی‌ترین این زیرمسائل، مسئله زمان‌بندی جرثقیل‌های اسکله[1] است که نخستین بار توسط داگانزو [۷] مطرح شد و چارچوبی تحلیلی برای تخصیص و ترتیب عملیات تخلیه ارائه داد. در ادامه، کیم و پارک [۸] با ارائه یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط(MIP[2])، مسئله زمان‌بندی جرثقیل‌های اسکله در حالت تک‌کشتی را با در نظر گرفتن محدودیت عدم عبور جرثقیل‌ها مدل‌سازی کردند؛ مطالعه‌ای که به‌عنوان یکی از پژوهش‌های پایه‌ای این حوزه شناخته می‌شود و مبنای بسیاری از تحقیقات بعدی قرار گرفت.

در گام بعدی، پژوهشگرانی نظیر الظاهری و همکاران [۹] و نیز ابوکاظم و دیابات [۱۰]، با لحاظ‌کردن قیود عملیاتی واقع‌بینانه‌تر از جمله فاصله ایمنی بین جرثقیل‌ها، زمان‌های جابه‌جایی و محدودیت‌های فیزیکی اسکله، مدل‌های توسعه‌یافته‌تری ارائه کردند که انطباق بیشتری با شرایط واقعی پایانه‌ها داشت. هم‌زمان با پیچیده‌تر شدن محیط‌های عملیاتی، توجه به عدم‌قطعیت نیز افزایش یافت. در این راستا، لی و همکاران [۱۱] مدلی ریاضی برای مسئله زمان‌بندی جرثقیل اسکله در محیط غیرقطعی ارائه کردند که در آن زمان‌های پردازش به‌صورت پارامترهای تصادفی در نظر گرفته شده بود. همچنین سان و همکاران [۱۲]

[1] quay crane scheduling problem
[2] Mixed Integer Programming Model

امکان تغییر جهت جرثقیل‌ها و انجام همزمان عملیات بارگیری و تخلیه را بررسی کردند که منجر به افزایش انعطاف‌پذیری مدل شد.

با وجود پیشرفت‌های حاصل در مدل‌سازی مستقل زیرمسائل، مشخص شد که بهینه‌سازی هر بخش به‌صورت جداگانه لزوماً منجر به بهبود عملکرد کل سیستم نمی‌شود. به همین دلیل، رویکرد پژوهشگران به سمت توسعه مدل‌های یکپارچه سوق یافت. نخستین سطح از یکپارچه‌سازی، ترکیب زمان‌بندی جرثقیل اسکله و کامیون‌های محوطه بود. در این زمینه، کائو و همکاران [۱۳] و نیز کاوشگر و هاین [۱۴]، مدل‌های برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلطی با هدف حداقل‌سازی زمان تکمیل کانتینرهای ورودی ارائه کردند و برای حل آن‌ها از الگوریتم ژنتیک بهره گرفتند. تانگ و همکاران [۱۵] نیز مدلی ارائه کردند که در آن هر بخش[1] از کشتی تنها توسط یک جرثقیل اسکله تخلیه می‌شد و قیود تقدم میان کانتینرها به‌صورت صریح در نظر گرفته شده بود. در ادامه، هپ و همکاران [۱۶] این مدل را از منظر عملیاتی گسترش دادند و نشان دادند که یکپارچه‌سازی مناسب می‌تواند منجر به کاهش زمان بیکاری تجهیزات شود.

سطح پیشرفته‌تر یکپارچه‌سازی، شامل زمان‌بندی همزمان جرثقیل اسکله، کامیون محوطه و جرثقیل محوطه است. در این چارچوب، کین و همکاران [۱۷] مسئله‌ای مبتنی بر جریان کارگاهی ترکیبی ارائه کردند که در آن امکان عبور جرثقیل‌ها، رعایت فاصله ایمنی و زمان‌های آماده‌سازی وابسته به توالی عملیات به‌طور هم‌زمان لحاظ شده بود. هسو و همکاران [۱۸] نیز در دو مطالعه جداگانه، این مسئله یکپارچه را با تمرکز بر طرح ذخیره‌سازی کشتی[2] و طرح ذخیره‌سازی محوطه[3] بررسی کردند و نشان دادند که تصمیمات ذخیره‌سازی می‌تواند تأثیر مستقیمی بر کارایی زمان‌بندی تجهیزات داشته باشد.

در ادامه این مسیر، برخی مطالعات به‌طور خاص بر یکپارچه‌سازی زمان‌بندی تجهیزات جابه‌جایی و تخصیص مکان ذخیره‌سازی تمرکز کردند. کیزیلای و همکاران [۱۹] با هدف افزایش هماهنگی میان تجهیزات و استفاده مؤثر از فضای محوطه، مسئله زمان‌بندی تجهیزات و تخصیص مکان ذخیره‌سازی کانتینرهای ورودی و خروجی را در قالب یک مدل یکپارچه ارائه کردند. آنان در ادامه، با توسعه مدل و استفاده از برنامه‌ریزی محدودیت (CP[4]) تلاش کردند تا انعطاف و دقت مدل را افزایش دهند. در مقابل، فانی و علینقیان [۲۰] در مدل‌سازی مسئله یکپارچه، رویکرد اجرای بلافاصله یک فعالیت پس از فعالیت دیگر را کنار گذاشته و به‌جای آن، روابط ترتیبی عمومی با امکان تأخیر اختیاری بین فعالیت‌ها را به کار گرفتند؛ رویکردی که ضمن حفظ منطقی توالی عملیات، موجب کاهش تعداد متغیرهای تصمیم و بهبود عملکرد محاسباتی شد.

۲-۱- نوآوری‌های پژوهش

در مطالعات پیشین، از جمله پژوهش فانی و علینقیان [۲۱]، مسئله یکپارچه زمان‌بندی تجهیزات جابه‌جایی و تخصیص مکان ذخیره‌سازی کانتینر در قالب یک مدل ریاضی یکپارچه فرموله شده است. تمرکز اصلی این مطالعات بر توسعه مدل و هماهنگ‌سازی تصمیمات عملیاتی مختلف پایانه کانتینری بوده و کارایی رویکرد یکپارچه در بهبود عملکرد سیستم مورد بررسی قرار گرفته است.

با این حال، در بسیاری از مسائل بهینه‌سازی ترکیبیاتی، نحوه تعریف متغیرهای ترتیبی و ساختار فرمول‌بندی ریاضی می‌تواند تأثیر قابل‌توجهی بر ابعاد مدل، مرتبه رشد متغیرها و قیود و در نهایت عملکرد محاسباتی مدل داشته باشد. با وجود اهمیت این موضوع، در ادبیات موجود مقایسه نظام‌مند ساختارهای مختلف مدل‌سازی برای بیان روابط ترتیبی در مسائل یکپارچه زمان‌بندی تجهیزات و تخصیص مکان ذخیره‌سازی کمتر مورد توجه قرار گرفته است. به‌ویژه، تأثیر وابسته یا مستقل بودن متغیرهای توالی نسبت به تجهیزات بر پیچیدگی ساختاری و رفتار محاسباتی مدل‌ها به‌صورت شفاف بررسی نشده است.

بر این اساس، پژوهش حاضر دو رویکرد متفاوت مدل‌سازی برای بیان روابط ترتیبی در مسئله یکپارچه مورد مطالعه را بررسی

[1] bay
[2] vessel stowage plan
[3] yard storage plan
[4] Programming Constraints

و مقایسه می‌کند. در رویکرد نخست، که مبتنی بر مدل ارائه‌شده در پژوهش فانی و علینقیان [۲۱] است، متغیرهای توالی به‌صورت مستقل از تجهیزات تعریف می‌شوند و روابط تقدم و تأخر در قالب یک ساختار توالی عمومی مدل‌سازی می‌گردند. در رویکرد دوم، که در این پژوهش توسعه داده شده است، متغیرهای ترتیبی به هر تجهیز وابسته بوده و توالی عملیات برای هر تجهیز به‌صورت مجزا مدل‌سازی می‌شود؛ این ساختار در قالب مدل توالی وابسته به تجهیز ارائه شده است.

نوآوری اصلی این پژوهش صرفاً در ارائه یک فرمول‌بندی جدید خلاصه نمی‌شود، بلکه در تحلیل و مقایسه ساختاری دو رویکرد مدل‌سازی نهفته است. در این راستا، دو فرمول‌بندی از منظر مرتبه رشد متغیرها و قیود، ابعاد مدل، پایداری رفتار محاسباتی و عملکرد حل مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. نتایج این تحلیل می‌تواند در انتخاب آگاهانه‌تر ساختار فرمول‌بندی برای مسائل مشابه و توسعه مدل‌های کاراتر در مسائل یکپارچه زمان‌بندی و تخصیص نقش مؤثری ایفا کند.

۳- مدل‌سازی ریاضی

۳-۱- بیان مسئله

پایانه‌های پایانه‌های کانتینری به عنوان سیستم‌های عملیاتی پیچیده، شامل مجموعه‌ای از تجهیزات ناهمگن هستند که به صورت وابسته و متوالی در فرآیند تخلیه و جابه‌جایی کانتینرها فعالیت می‌کنند. در فرآیند تخلیه کشتی، هر کانتینر ابتدا توسط جرثقیل اسکله از کشتی تخلیه می‌شود، سپس از طریق کامیون محوطه به یکی از بلوک‌های ذخیره‌سازی منتقل شده و در نهایت توسط جرثقیل محوطه در یک مکان مشخص در بلوک مربوطه مستقر می‌شود. این سه مرحله به صورت زنجیره‌ای اجرا شده و بین آن‌ها وابستگی زمانی وجود دارد.

در مسئله مورد مطالعه، مجموعه‌ای از جرثقیل‌های اسکله، کامیون‌های محوطه، جرثقیل‌های محوطه، بلوک‌های ذخیره‌سازی و مکان‌های مشخص در هر بلوک در نظر گرفته می‌شود. هدف، تعیین همزمان تصمیمات تخصیص کانتینرها به تجهیزات، ترتیب انجام عملیات بر روی هر تجهیز، زمان شروع هر فعالیت و تخصیص مکان ذخیره‌سازی به هر کانتینر است؛ به گونه‌ای که زمان تکمیل کل عملیات کمینه شود.

ویژگی کلیدی این مسئله، وابستگی متقابل تصمیمات تخصیص و زمان‌بندی است. انتخاب بلوک و مکان ذخیره‌سازی برای یک کانتینر، بر زمان حرکت جرثقیل محوطه و کامیون‌ها اثر گذاشته و می‌تواند موجب افزایش زمان انتظار سایر تجهیزات شود. از سوی دیگر، روابط تقدم و تأخر میان کانتینرهای واقع در یک بخش از کشتی باید رعایت گردد. بنابراین، تصمیمات مربوط به ذخیره‌سازی و زمان‌بندی نمی‌توانند به صورت جداگانه اتخاذ شوند و لازم است در قالب یک مدل یکپارچه در نظر گرفته شوند.

علاوه بر این، نحوه مدل‌سازی روابط ترتیبی میان کانتینرها در هر مرحله عملیاتی می‌تواند ساختار مدل را تحت تأثیر قرار دهد. تعریف متغیرهای ترتیبی مستقل از تجهیزات یا وابسته به هر تجهیز، منجر به تفاوت معنادار در تعداد متغیرهای دودویی و قیود شده و در نتیجه بر ابعاد مدل و پیچیدگی محاسباتی آن اثر می‌گذارد. این تفاوت ساختاری، مبنای ارائه دو رویکرد مدل‌سازی در این پژوهش است.

در این پژوهش، مسئله مورد بررسی همان مسئله یکپارچه زمان‌بندی تجهیزات جابه‌جایی و تخصیص مکان ذخیره‌سازی کانتینر است که پیش‌تر در مرجع [۲۱] توسط نویسندگان معرفی و مدل‌سازی شده است. در آن مطالعه، روابط ترتیبی میان عملیات با استفاده از متغیرهای توالی مستقل از تجهیزات مدل‌سازی شده بود که در این مقاله به عنوان مدل مبنا و تحت عنوان مدل GS در نظر گرفته می‌شود. در پژوهش حاضر، علاوه بر این فرمول‌بندی، یک ساختار مدل‌سازی جایگزین نیز برای همین مسئله توسعه داده شده است که در آن متغیرهای توالی عملیات به صورت وابسته به تجهیزات تعریف شده و ترتیب انجام عملیات برای هر تجهیز به طور مجزا مدل‌سازی می‌شود؛ این ساختار با عنوان مدل EDS ارائه می‌شود. تفاوت اصلی این دو رویکرد در نحوه تعریف متغیرهای دودویی مرتبط با توالی عملیات و میزان وابستگی این متغیرها به تجهیزات جابه‌جایی است.

در مدلGS، روابط تقدم و تأخر میان کانتینرها به‌صورت کلی و مستقل از تجهیزات مدل‌سازی می‌شود. در این ساختار،

متغیرهای دودویی ترتیبی صرفاً بیان‌کننده تقدم یک عملیات نسبت به عملیات دیگر هستند و مستقیماً به تجهیز خاصی وابسته نیستند. تخصیص کانتینرها به تجهیزات نیز از طریق مجموعه‌ای مجزا از متغیرهای دودویی انجام شده و قیود مدل ارتباط منطقی میان تصمیمات تخصیص و توالی را برقرار می‌کنند.

در مقابل، مدل EDS، روابط ترتیبی برای هر تجهیز به‌صورت مجزا مدل‌سازی می‌شود. در این حالت، متغیرهای دودویی ترتیبی علاوه بر شاخص دو کانتینر، شامل شاخص تجهیز نیز هستند و مشخص می‌کنند که یک کانتینر پس از کانتینر دیگر توسط یک تجهیز مشخص پردازش می‌شود. بدین ترتیب، توالی عملیات مستقیماً به تخصیص تجهیزات وابسته شده و برای هر تجهیز یک زنجیره عملیاتی مستقل شکل می‌گیرد. این ساختار معمولاً با قیود توازن جریان تکمیل می‌شود تا پیوستگی و اعتبار مسیر عملیاتی هر تجهیز تضمین گردد.

۳-۲- فرضیات مسئله

فرضیات زیر برای هر دو رویکرد مدل‌سازی، مشترک در نظر گرفته شده است که عبارتنداز:

- تمامی کانتینرها در ابتدای افق برنامه‌ریزی در دسترس بوده و باید تخلیه و در محوطه ذخیره شوند.
- هر کانتینر دقیقاً توسط یک جرثقیل اسکله تخلیه می‌شود.
- هر کانتینر دقیقاً توسط یک کامیون محوطه به محوطه انتقال می‌یابد.
- هر کانتینر توسط یک جرثقیل محوطه در یک مکان مشخص بارگذاری می‌شود.
- ظرفیت هر مکان ذخیره‌سازی محدود است و از آن تجاوز نمی‌شود.
- زمان‌های تخلیه، حمل و بارگذاری از پیش مشخص و قطعی هستند.
- عملیات هر کانتینر در سه مرحله متوالی انجام می‌شود و آغاز هر مرحله منوط به اتمام مرحله قبلی است.
- جرثقیل‌های محوطه تنها در محدوده بلوک‌های مشخص فعالیت می‌کنند.

۳-۳- تعریف نمادها

در این بخش، به‌منظور تبیین مدل ریاضی، مجموعه‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم‌گیری مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی معرفی و تعریف شده‌اند. در جدول ۱، مجموعه‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم‌گیری مشترک میان هر دو مدل برنامه‌ریزی ریاضی ارائه شده است. همچنین، در جدول ۲، مجموعه‌ها و متغیرهای تصمیم‌گیری اختصاصی مدل اول، و در جدول ۳، متغیرهای تصمیم‌گیری اختصاصی مدل دوم آورده شده‌اند.

جدول ۱ مجموعه‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم‌گیری مشترک در مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی

مجموعه‌ها و اندیس‌ها	
C:	مجموعه کانتینرهای موجود در کشتی (اندیس‌گذاری با $c \in C$)
E:	مجموعه بخش‌های قرارگیری کانتینرها در کشتی (اندیس‌گذاری با $e \in E$)
C_e:	بخشی از کشتی که کانتینر e در آن قرار دارد.
Ω:	مجموعه روابط پیش‌نیازی بین کانتینرها
Q:	مجموعه جرثقیل‌های اسکله (اندیس‌گذاری با $q \in Q$)
T:	مجموعه کامیون‌های محوطه (اندیس‌گذاری با $t \in T$)
Y:	مجموعه جرثقیل‌های محوطه (اندیس‌گذاری با $y \in Y$)
B:	مجموعه بلوک‌های ذخیره‌سازی کانتینرها ($b \in B$)
L:	مجموعه مکان‌های ذخیره‌سازی کانتینرها (اندیس‌گذاری با $l \in L$)
L_b:	مکان‌های ذخیره‌سازی متعلق به بلوک b
B_y:	بلوک‌های تحت مسئولیت جرثقیل محوطه y

پارامترها	
cap_l:	ظرفیت/گنجایش مکان ذخیره‌سازی $l \in L$
QT_{cq}:	مدت زمان موردنیاز برای تخلیه کانتینر از کشتی توسط جرثقیل اسکله
TT_{cbt}:	مدت‌زمان موردنیاز برای حمل کانتینر از کنار اسکله به محوطه
YT_{cy} :	مدت‌زمان موردنیاز برای بارگذاری کانتینر در مکان ذخیره‌سازی توسط جرثقیل محوطه
M :	عددی بزرگ و مثبت

متغیرهای تصمیم‌گیری	
SQ_c:	زمان شروع تخلیه کانتینر
ST_c:	زمان شروع حمل کانتینر به یکی از بلوک‌های محوطه
SY_c:	زمان شروع بارگذاری کانتینر در مکان تخصیص‌یافته به آن
C_{max}:	زمان تکمیل کل عملیات

جدول ۲ مجموعه‌ها و متغیرهای تصمیم‌گیری اختصاصی مدل GS

متغیرهای تصمیم‌گیری	
X_{cq}:	متغیر باینری: اگر تخلیه کانتینر $c \in C$ به جرثقیل اسکله $q \in Q$ تخصیص یابد، برابر با ۱؛ در غیر این‌صورت، صفر است.
Z_{cbt}:	متغیر باینری: اگر حمل کانتینر $c \in C$ تا بلوک $b \in B$ به کامیون محوطه $t \in T$ تخصیص یابد، برابر با ۱؛ در غیر این‌صورت، صفر است.
W_{cly}:	متغیر باینری: اگر بارگذاری کانتینر $c \in C$ در مکان ذخیره‌سازی $l \in L$ به جرثقیل محوطه $y \in Y$ تخصیص یابد، برابر با ۱؛ در غیر این‌صورت، صفر است.
$DQ_{cc'}$:	متغیر باینری: اگر تخلیه کانتینر $c' \in C$ بعد از کانتینر $c \in C$ انجام شود، برابر با ۱؛ در غیر این‌صورت، صفر است.
$DT_{cc'}$:	متغیر باینری: اگر حمل کانتینر $c' \in C$ بعد از کانتینر $c \in C$ انجام شود، برابر با ۱؛ در غیر این‌صورت، صفر است.
$DY_{cc'}$:	متغیر باینری: اگر بارگذاری کانتینر $c' \in C$ بعد از کانتینر $c \in C$ انجام شود، برابر با ۱؛ در غیر این‌صورت، صفر است.

جدول ۳ مجموعه‌ها و متغیرهای تصمیم‌گیری اختصاصی مدل EDS

مجموعه‌ها و اندیس‌ها	
C^s:	$C^s = \mathrm{C} \cup \{s\}$، s نشان‌دهنده مجموعه کانتینرها به همراه کانتینر اولیه مجازی
C^f:	$C^f = \mathrm{C} \cup \{f\}$، نشان‌دهنده مجموعه کانتینرها به همراه کانتینر نهایی مجازی

متغیرهای تصمیم‌گیری	
X'_{cq}:	متغیر باینری: اگر تخلیه کانتینر $c \in C$ به جرثقیل اسکله $q \in Q$ تخصیص یابد، برابر با ۱؛ در غیر این‌صورت، صفر است.
Z'_{cbt}:	متغیر باینری: اگر حمل کانتینر $c \in C$ تا بلوک $b \in B$ به کامیون محوطه $t \in T$ تخصیص یابد، برابر با ۱؛ در غیر این‌صورت، صفر است.
W'_{cly}:	متغیر باینری: اگر بارگذاری کانتینر $c \in C$ در مکان ذخیره‌سازی $l \in L$ به جرثقیل محوطه $y \in Y$ تخصیص یابد، برابر با ۱؛ در غیر این‌صورت، صفر است.
$DQ'_{cc'q}$:	متغیر باینری: اگر تخلیه کانتینر $c' \in C$ بلافاصله بعد از کانتینر $c \in C$ انجام شود، برابر با ۱؛ در غیر این‌صورت، صفر است.
$DT'_{cc't}$:	متغیر باینری: اگر حمل کانتینر $c' \in C$ بلافاصله بعد از کانتینر $c \in C$ انجام شود، برابر با ۱؛ در غیر این‌صورت، صفر است.
$DY'_{cc'y}$:	متغیر باینری: اگر بارگذاری کانتینر $c' \in C$ بلافاصله بعد از کانتینر $c \in C$ انجام شود، برابر با ۱؛ در غیر این‌صورت، صفر است.
SB_{cb}:	متغیر باینری: اگر کانتینر $c \in C$ به بلوک $b \in B$ تخصیص یابد، برابر با ۱؛ در غیر این‌صورت، صفر است.
SL_{cl}:	متغیر باینری: اگر کانتینر $c \in C$ به مکان ذخیره‌سازی $l \in L$ تخصیص یابد، برابر با ۱؛ در غیر این‌صورت، صفر است.

۳-٤- فرمولاسیون ریاضی دو رویکرد

در این بخش، فرمول‌بندی ریاضی هر دو رویکرد بر اساس مجموعه‌ها، پارامترها و متغیرهای معرفی‌شده ارائه می‌شود. لازم به ذکر است که هر دو مدل تحت مجموعه‌ای یکسان از فرضیات مسئله توسعه یافته‌اند.

- مدل ریاضی مدل GS

$$Min\ C_{max} \quad (۱)$$

$$\sum_{q\in Q} X_{cq} = 1 \quad \forall (c \in C) \quad (۲)$$

$$\sum_{b\in B}\sum_{t\in T} Z_{cbt} = 1 \quad \forall (c \in C) \quad (۳)$$

$$\sum_{t\in T} Z_{cbt} = \sum_{l\in L_b} W_{cly} \quad \forall (c \in C\ ) \quad (۴)$$

$$SQ_{c'} \geq SQ_c + QT_{cq} - \left(3 - X_{cq} - X_{c'q} - DQ_{cc'}\right)M \quad \forall \langle q \in Q, (c,c') \in C\ , c \neq c' \rangle \quad (۵)$$

$$SQ_c \geq SQ_{c'} + QT_{c'q} - \left(2 - X_{cq} - X_{c'q} + DQ_{cc'}\right)M \quad \forall \langle q \in Q, (c,c') \in C\ , c \neq c' \rangle \quad (۶)$$

$$ST_{c'} \geq ST_c + TT_{cbt} - (3 - Z_{cbt} - Z_{c'b't} - DT_{cc'})M\ \forall \langle t \in T, (b,b') \in B, (c,c') \in C\ , c \neq c' \rangle \quad (۷)$$

$$ST_c \geq ST_{c'} + TT_{c'b't} - (2 - Z_{cbt} - Z_{c'b't} + DT_{cc'})M \quad \forall \langle t \in T, (b,b') \in C, (c,c') \in C\ , c \neq c' \rangle \quad (۸)$$

$$SY_{c'} \geq SY_c + YT_{cy} - \left(3 - W_{cly} - W_{c'l'l} - DY_{ycc'}\right)M \quad \forall \langle y \in Y, (l,l') \in L, (c,c') \in C\ , c \neq c' \rangle \quad (۹)$$

$$SY_c \geq SY_{c'} + YT_{c'l} - \left(2 - W_{cly} - W_{c'l'l} + DY_{ycc'}\right)M \quad \forall \langle y \in Y, (l,l') \in L, (c,c') \in C\ , c \neq c' \rangle \quad (۱۰)$$

$$ST_c \geq SQ_c + \sum_{q\in Q} QT_{cq}X_{cq} \quad \forall \langle c \in C \rangle \quad (۱۱)$$

$$SY_c \geq ST_c + \sum_{s\in S}\sum_{t\in T} TT_{cbt}Z_{cbt} \quad \forall \langle c \in C \rangle \quad (۱۲)$$

$$SQ_c \geq SQ_{\acute{c}} + \sum_{q\in Q} QT_{c'q}X_{c'q}\,M \quad \forall \langle c, c' \in \Omega \rangle \quad (۱۳)$$

$$\sum_{c\in C}\sum_{t\in T} Z_{cbt} \leq \sum_{l\in L_b} cap_l \quad \forall \langle b \in B \rangle \quad (۱۴)$$

$$\sum_{y\in Y}\sum_{c\in C} W_{cly} \leq cap_l \quad \forall \langle l \in L \rangle \quad (۱۵)$$

$$\sum_{l\in L_b}\sum_{c\in C} W_{cly} = 0 \quad \forall \langle y \in Y, b \notin B_y \rangle \quad (۱۶)$$

$$C_{max} \geq SY_c + \sum_{l\in L}\sum_{y\in Y} YT_{cy}W_{cly} \quad \forall \langle c \in C \rangle \quad (۱۷)$$

$$X_{cq} \in \{0,1\} \quad \forall \langle c \in C\ , q \in Q \rangle \quad (۱۸)$$

$$Z_{cbt} \in \{0,1\} \quad \forall \langle c \in C\ , b \in B, t \in T \rangle$$

$$W_{cly} \in \{0,1\} \quad \forall \langle c \in C\ , l \in L, y \in y \rangle$$

$$DQ_{cc'} \in \{0,1\} \quad \forall \langle c, c' \in C \rangle$$

$$DT_{cc'} \in \{0,1\} \quad \forall \langle c, c' \in C \rangle$$

$$DY_{cc'} \in \{0,1\} \quad \forall \langle c, c' \in C \rangle$$

$$SQ_c \geq 0 \quad \forall \langle c \in C \rangle$$

$$ST_c \geq 0 \quad \forall \langle c \in C \rangle$$

$$SY_c \geq 0 \quad \forall \langle c \in C \rangle$$

$$C_{max} \geq 0$$

در مدل پیشنهادی، رابطه ۱ تابع هدف را نشان می‌دهد که بیانگر کمینه‌سازی زمان تکمیل کل عملیات (C_{max}) است، روابط ۲ تا ۴ به تخصیص کانتینرها مربوط هستند. رابطه ۲ تضمین می‌کند هر کانتینر دقیقاً به یک جرثقیل اسکله تخصیص یابد. رابطه ۳ بیان می‌کند هر کانتینر باید به یک کامیون محوطه برای انتقال به بلوک ذخیره‌سازی اختصاص داده شود. رابطه ۴ نیز الزام می‌کند هر کانتینر در یکی از مکان‌های ذخیره‌سازی متعلق به بلوک مربوطه مستقر شود. روابط ۵ و ۶ محدودیت‌های توالی

عملیات تخلیه توسط جرثقیل‌های اسکله را مدل می‌کنند. این روابط با بهره‌گیری از پارامتر بزرگ M فعال شده و از هم‌پوشانی زمانی بین دو کانتینری که به یک تجهیز تخصیص‌یافته‌اند جلوگیری می‌کنند. در قید فوق، از M برای خطی‌سازی روابط منطقی و مدل‌سازی توالی عملیات استفاده شده است. مقدار این پارامتر به‌صورت یک کران بالای معتبر برای افق زمانی سیستم در نظر گرفته می‌شود. در این مدل‌سازی، M برابر با مجموع زمان‌های پردازش و جابه‌جایی تمامی کانتینرها در مراحل مختلف عملیات تعریف شده است. این انتخاب تضمین می‌کند که M به‌اندازه کافی بزرگ باشد تا اعتبار قیود حفظ شود. روابط ۷ و ۸ سازوکار مشابهی را برای کامیون‌های محوطه اعمال می‌کنند و از تداخل زمانی در عملیات حمل جلوگیری می‌نمایند. روابط ۹ و ۱۰ نیز همین منطق توالی را برای جرثقیل‌های محوطه برقرار می‌کنند تا عملیات بارگذاری در بلوک‌های ذخیره‌سازی بدون هم‌پوشانی انجام شود، روابط ارتباطی بین مراحل متوالی عملیات در روابط ۱۱ و ۱۲ بیان‌شده‌اند. به‌طوری‌که زمان شروع حمل هر کانتینر توسط کامیون محوطه نمی‌تواند پیش از اتمام تخلیه آن توسط جرثقیل اسکله باشد. همچنین شروع عملیات جرثقیل محوطه منوط به پایان مرحله حمل است. این روابط پیوستگی زمانی بین سه مرحله تخلیه، حمل و بارگذاری را تضمین می‌کنند، رابطه ۱۳ تقدم بین کانتینرهای یک بخش از کشتی تضمین می‌کند که ترتیب از پیش تعیین‌شده تخلیه رعایت شود و زمان شروع هر کانتینر از زمان تکمیل کانتینرهای مقدم کمتر نباشد، روابط ۱۴ و ۱۵ محدودیت‌های مربوط به کنترل ظرفیت هستند که محدودیت‌های عملیاتی سیستم را اعمال می‌کنند. بدین‌صورت که تعداد کانتینرهای تخصیص‌یافته به هر بلوک از ظرفیت آن تجاوز نکند و همچنین ظرفیت هر مکان ذخیره‌سازی رعایت شود. علاوه بر این، رابطه ۱۶ تخصیص کانتینر به بلوکی که تحت پوشش جرثقیل محوطه مربوطه نیست، مجاز نخواهد بود. در نهایت، مقدار C_{max} به‌عنوان بیشترین زمان تکمیل عملیات در میان تمامی کانتینرها در رابطه ۱۷ تعریف می‌شود و دامنه متغیرهای تصمیم نیز در روابط پایانی مشخص شده است.

- مدل EDS

$$Min\ C_{max} \tag{۱۹}$$

$$\sum_{\mathrm{l}\in\mathrm{L}} SL_{cl} = 1 \quad \forall\langle c \in \mathrm{C}\rangle \tag{۲۰}$$

$$SB_{cb} = \sum_{\mathrm{l}\in\mathrm{L}} SL_{cl} \quad \forall\langle c \in \mathrm{C}, \mathrm{b} \in \mathrm{B}\rangle \tag{۲۱}$$

$$\sum_{c\in\mathrm{C}} SL_{cl} \le cap_l \quad \forall\langle l \in \mathrm{L}\rangle \tag{۲۲}$$

$$\sum_{c\in\mathrm{C}} X'_{[cs]cq} = 1 \quad \forall\langle q \in Q\rangle \tag{۲۳}$$

$$\sum_{c\in\mathrm{C}} X'_{c[cf]q} = 1 \quad \forall\langle q \in Q\rangle \tag{۲۴}$$

$$\sum_{\acute{c}\in C^s} X'_{c'cq} = \sum_{\acute{c}\in C^f} X'_{cc'q} \quad \forall\langle c \in \mathrm{C}, q \in Q\rangle \tag{۲۵}$$

$$\sum_{q\in Q} X'_{cq} = 1 \quad \forall\langle c \in \mathrm{C}\rangle \tag{۲۶}$$

$$\sum_{c'\in C^s, c\neq\acute{c}} X'_{c'cq} = X'_{c'q} \quad \forall\langle c \in \mathrm{C}, q \in Q\rangle \tag{۲۷}$$

$$\sum_{c\in\mathrm{C}} Z'_{[cs]ct} = 1 \quad \forall\langle t \in T\rangle \tag{۲۸}$$

$$\sum_{c\in\mathrm{C}} Z'_{c[cf]t} = 1 \quad \forall\langle t \in T\rangle \tag{۲۹}$$

$$\sum_{c'\in C^s} Z'_{c'ct} = \sum_{c'\in C^f} Z'_{cc't} \quad \forall\langle c \in \mathrm{C}, t \in T\rangle \tag{۳۰}$$

$$\sum_{\mathrm{t}\in\mathrm{T}} Z'_{ct} = 1 \quad \forall\langle c \in \mathrm{C}\rangle \tag{۳۱}$$

$$\sum_{c'\in C^s, c\neq c'} Z'_{c'ct} = Z'_{c't} \quad \forall\langle c \in \mathrm{C}, t \in T\rangle \tag{۳۲}$$

$$\sum_{c\in \mathrm{C}} W'_{[cs]cy} = 1 \quad \forall\langle y \in Y\rangle \tag{۳۳}$$

$$\sum_{c\in \mathrm{C}} W'_{c[cf]y} = 1 \quad \forall\langle y \in Y\rangle \tag{۳۴}$$

$$\sum_{c'\in C^s} W'_{c'ct} = \sum_{c'\in C^f} W'_{cc't} \quad \forall\langle c \in \mathrm{C}, y \in Y\rangle \tag{۳۵}$$

$$\sum_{\mathrm{y}\in \mathrm{Y}} W'_{cy} = 1 \quad \forall\langle c \in \mathrm{C}\rangle \tag{۳۶}$$

$$\sum_{c'\in C^s, c\neq c'} W'_{c'cy} = W'_{cy} \quad \forall\langle c \in \mathrm{C}, y \in \mathrm{Y}\rangle \tag{۳۷}$$

$$W'_{cy} \leq \sum_{\mathrm{b}\in \mathrm{B}} SB_{cb} \quad \forall\langle c \in \mathrm{C}, y \in \mathrm{Y}\rangle \tag{۳۸}$$

$$SQ_{c'} \geq SQ_c + QT_{cq} - \left(1 - DQ'_{cc'q}\right) M \quad \forall\langle q \in Q, (c,c') \in C\ , c \neq c'\rangle \tag{۳۹}$$

$$ST_{c'} \geq ST_c + TT_{cbt} - \left(1 - DT'_{cc'q}\right) M \quad \forall\langle \mathrm{t} \in \mathrm{T}, (b,b') \in \mathrm{B}, (c,c') \in C\ , c \neq c'\rangle \tag{۴۰}$$

$$SY_{c'} \geq SY_c + \sum_{l\in L} YT_{cy} SL_{cl} - \left(1 - DY'_{cc'y}\right) M\ \forall\langle y \in Y, (l,l') \in L, (c,c') \in C\ , c \neq c'\rangle \tag{۴۱}$$

$$ST_c \geq SQ_c + \sum_{q\in Q} QT_{cq} X'_{cq} \quad \forall\langle c \in \mathrm{C}\rangle \tag{۴۲}$$

$$SY_c \geq ST_c + \sum_{s\in \mathrm{S}} \sum_{\mathrm{t}\in \mathrm{T}} TT_{cbt} Z'_{ct} \quad \forall\langle c \in \mathrm{C}\rangle \tag{۴۳}$$

$$SQ_c \geq SQ_{c'} + \sum_{q\in Q} QT_{c'q} X_{c'q}\, M \quad \forall\langle c, c' \in \Omega\rangle \tag{۴۴}$$

$$C_{max} \geq SY_c + \sum_{l\in \mathrm{L}} \sum_{y\in \mathrm{Y}} YT_{cy} W_{cly} \quad \forall\langle c \in \mathrm{C}\ \rangle \tag{۴۵}$$

$$X'_{cq} \in \{0,1\} \quad \forall\langle c \in \mathrm{C}\ , q \in Q\rangle \tag{۴۶}$$

$$Z'_{cbt} \in \{0,1\} \quad \forall\langle c \in \mathrm{C}\ , b \in B, t \in T\ \rangle$$

$$W'_{cly} \in \{0,1\} \quad \forall\langle c \in \mathrm{C}\ , l \in L, y \in y\ \rangle$$

$$DQ'_{cc'q} \in \{0,1\} \quad \forall\langle c, c' \in \mathrm{C}, q \in Q\ \rangle$$

$$DT'_{cc't} \in \{0,1\} \quad \forall\langle c, c' \in \mathrm{C}, t \in T\ \rangle$$

$$DT'_{cc'y} \in \{0,1\} \quad \forall\langle c, c' \in C, y \in Y\ \rangle$$

$$SQ_c \geq 0 \quad \forall\langle c \in \mathrm{C}\ \rangle$$

$$ST_c \geq 0 \quad \forall\langle c \in \mathrm{C}\ \rangle$$

$$SY_c \geq 0\ \forall\langle c \in \mathrm{C}\ \rangle$$

$$C_{max} \geq 0$$

در مدل حاضر، تابع هدف در رابطه ۱۹ کمینه‌سازی C_{max} را دنبال می‌کند که بیانگر زمان تکمیل کل عملیات است. رابطه ۲۰ تضمین می‌کند هر کانتینر دقیقاً به یک مکان ذخیره‌سازی تخصیص یابد. رابطه ۲۱ ارتباط بین مکان ذخیره‌سازی و بلوک متناظر را برقرار می‌کند؛ به‌گونه‌ای که مکان انتخاب‌شده برای هر کانتینر باید در بلوکی قرار داشته باشد که کانتینر به آن تخصیص یافته است. رابطه ۲۲ نیز ظرفیت مکان‌های ذخیره‌سازی را کنترل می‌کند تا تعداد کانتینرهای تخصیص‌یافته از ظرفیت مجاز تجاوز نکند. روابط ۲۳ و ۲۴ ساختار مسیر جرثقیل اسکله را تعریف می‌کنند؛ به‌طوری‌که هر جرثقیل از یک گره مبدأ آغاز و به

یک گره مقصد ختم می‌شود. رابطه ۲۵ تعادل جریان را برقرار کرده و پیوستگی مسیر حرکت جرثقیل را تضمین می‌کند. رابطه ۲۶ بیان می‌کند هر کانتینر دقیقاً توسط یک جرثقیل اسکله تخلیه می‌شود. رابطه ۲۷ نیز تضمین می‌کند اگر کانتینری در مسیر یک جرثقیل قرار گیرد، این تخصیص در چارچوب توالی مجاز و سازگار با ساختار جریان تعریف شود. روابط ۲۸ تا ۳۲ منطق مشابهی را برای کامیون‌های محوطه در مرحله حمل اعمال می‌کنند و روابط ۳۳ تا ۳۷ همین ساختار جریان و تخصیص را برای جرثقیل‌های محوطه در مرحله بارگذاری برقرار می‌سازند. بدین ترتیب، برای هر سه تجهیز (جرثقیل اسکله، کامیون محوطه و جرثقیل محوطه) ساختار مسیر، تعادل جریان و تخصیص یکتا تضمین می‌شود. رابطه ۳۸ هماهنگی بین تخصیص جرثقیل محوطه و بلوک انتخابی را برقرار می‌کند؛ به این معنا که جرثقیل محوطه تخصیص‌یافته به یک کانتینر باید در بلوکی فعال باشد که مکان ذخیره‌سازی کانتینر در آن قرار دارد. روابط ۳۹ تا ۴۱ محدودیت‌های توالی زمانی در سه مرحله تخلیه، حمل و بارگذاری را مدل می‌کنند. این روابط با استفاده از پارامتر بزرگ M، از هم‌پوشانی عملیات برای تجهیزاتی که به چند کانتینر تخصیص‌یافته‌اند جلوگیری کرده و ترتیب انجام عملیات را تعیین می‌کنند. روابط ۴۲ و ۴۳ پیوستگی زمانی بین مراحل را برقرار می‌نمایند؛ به‌گونه‌ای که شروع مرحله حمل پس از اتمام تخلیه و شروع مرحله بارگذاری پس از اتمام حمل انجام می‌شود. رابطه ۴۴ نیز روابط تقدم از پیش تعیین‌شده بین کانتینرهای یک بخش از کشتی را تضمین می‌کند. در آخر، رابطه ۴۵ مقدار C_{max} را به‌عنوان بیشترین زمان تکمیل در میان کانتینرها تعریف می‌کند و دامنه متغیرهای تصمیم در قیود پایانی مشخص‌شده است.

٤- توصیف ساختاری دو رویکرد مدل‌سازی

در این بخش به‌منظور ارائه یک ارزیابی کمی از مقیاس‌پذیری و پیچیدگی محاسباتی مدل‌های ریاضی پیشنهادی، تحلیل ساختاری از آن‌ها انجام می‌شود. این تحلیل شامل استخراج صریح فرمول‌های مربوط به تعداد متغیرهای تصمیم (دودویی و پیوسته) و تعداد قیود هر مدل است. سپس با شناسایی جمله‌های غالب در این روابط، مرتبه رشد مدل‌ها با استفاده از نماد Big-O بیان می‌شود. هدف این تحلیل، فراهم‌کردن یک چارچوب نظری برای مقایسه اندازه مدل‌ها و تفسیر رفتار محاسباتی آن‌ها در آزمایش‌های عددی است.

٤-١- فرضیات و نمادهای تحلیل

در تحلیل اندازه مدل، از نمادهای $|C|$، $|Q|$، $|T|$، $|Y|$، $|B|$ و $|L|$ به‌ترتیب برای نمایش تعداد کانتینرها، تعداد جرثقیل‌های اسکله، تعداد کامیون‌ها، تعداد جرثقیل‌های محوطه، تعداد بلوک و تعداد مکان‌های ذخیره‌سازی استفاده می‌شود.

در استخراج تعداد قیود و متغیرها، اصل شمارش ترکیبی به‌کار گرفته می‌شود: تعداد هر قید یا متغیر برابر با حاصل‌ضرب اندازه مجموعه‌های شاخص آزادی است که آن قید یا متغیر برای آن‌ها تعریف شده است. در مواردی که شرط c, c' برای جفت کانتینرها وجود دارد، تعداد جفت‌های مرتب برابر با $|C|(|C|-1)$ خواهد بود.

٤-٢- تحلیل اندازه مدل GS

٤-٢-١- متغیرهای تصمیم‌گیری

ساختار شمارشی متغیرهای تصمیم مدل GS در جدول ۴ ارائه شده است. این متغیرها شامل متغیرهای دودویی مربوط به تخصیص تجهیزات، تخصیص بلوک و مکان ذخیره‌سازی، همچنین متغیرهای دودویی تعیین توالی میان جفت کانتینرها، به‌همراه متغیرهای پیوسته زمانی هستند.

جدول ۴ ساختار متغیرهای تصمیم در مدل GS

نوع متغیر	نماد متغیر	شاخص‌ها	تعداد
تخصیص به جرثقیل اسکله	X_{cq}	$c \in C, q \in Q$	$\|C\|\|Q\|$
تخصیص به کامیون	Z_{cbt}	$c \in C, b \in B, t \in T$	$\|C\|\|B\|\|T\|$
تخصیص به جرثقیل محوطه	W_{cly}	$c \in C, l \in L, y \in Y$	$\|C\|\|L\|\|Y\|$
توالی جرثقیل اسکله	$DQ_{cc'}$	$c \in C, c, c'$	$\|C\|(\|C\|-1)$

نوع متغیر	نماد متغیر	شاخص‌ها	تعداد
توالی کامیون	$DT_{cc'}$	$c \in C, c, c'$	$\|C\|(\|C\|-1)$
توالی جرثقیل محوطه	$DY_{cc'}$	$c \in C, c, c'$	$\|C\|(\|C\|-1)$
زمان شروع تخلیه	SQ_c	$c \in C$	$\|C\|$
زمان شروع حمل	ST_c	$c \in C$	$\|C\|$
زمان ذخیره‌سازی	SY_c	$c \in C$	$\|C\|$
زمان تکمیل عملیات	C_{max}	-	1

بر اساس جدول ۴، تعداد کل متغیرهای صفرویک مدل GS برابر است با:

$$N_{bin}^{GS} = |C||Q| + |C||B||T| + |C||L||Y| + 3|C|(|C|-1)$$

و تعداد متغیرهای پیوسته نیز برابر است با:

$$N_{cont}^{GS} = 3|C| + 1$$

در نتیجه، تعداد کل متغیرهای تصمیم از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$N_{var}^{GS} = |C|(|Q| + |B||T| + |L||Y|) + 3\,(|C|^2 - |C|) + \ 3|C| + 1$$

که با ساده‌سازی به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$N_{var}^{GS} = 3\,|C|^2 + |C|(|Q| + |B||T| + |L||Y|) + 1$$

در این رابطه جمله درجه دوم $3\,|C|^2$، جمله غالب می‌باشد. بنابراین مرتبه رشد تعداد متغیرهای این مدل به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$N_{var}^{GS} = O(|C|^2)$$

٤-۲-۲- تحلیل قیود

ساختار شمارشی قیود مدل GS در جدول ۵ ارائه شده است. این قیود شامل قیود تخصیص تجهیزات، قیود توالی عملیات در هر مرحله، قیود تقدم زمانی و قیود ظرفیت محوطه هستند.

جدول ۵ ساختار قیود در مدل GS

نماد قید	شماره قید	شاخص‌ها	تعداد قید
تخصیص به جرثقیل اسکله	(۲)	$c \in \mathrm{C}$	$\|C\|$
تخصیص به کامیون	(۳)	$c \in C$	$\|C\|$
تخصیص به جرثقیل محوطه	(۴)	$c \in C$	$\|C\|$
توالی تخلیه	(۵) -(۶)	$q \in Q, (c, c') \in C\ , c \neq c'$	$2\|Q\|\|C\|(\|C\|-1)$
توالی حمل	(۷)-(8)	$\mathrm{t} \in \mathrm{T}, (b, b') \in \mathrm{B}, (c, c') \in C\ , c \neq c'$	$2\|T\|\|B\|\|C\|(\|C\|-1)$
توالی ذخیره‌سازی	(۹)-(۱۰)	$\mathrm{y} \in Y, (l, l') \in L, (c, c') \in C\ , c \neq c'$	$2\|Y\|\|L\|\|C\|(\|C\|-1)$
پیوند زمانی مراحل	(۱۱)-(۱۲)	$c \in C$	$\|C\|$
تقدم در تخلیه	(۱۳)	$c, c' \in \Omega, c \neq c'$	$\|C\|(\|C\|-1)$
ظرفیت بلوک	(۱۴)	$b \in B$	$\|B\|$
ظرفیت مکان ذخیره‌سازی	(۱۵)	$l \in L$	$\|L\|$

نماد قید	شماره قید	شاخص‌ها	تعداد قید
منع عملیات غیرمجاز جرثقیل محوطه	(۱۶)	$y \in \mathrm{Y}, b \notin B_y$	$\|Y\|\|B\|$
زمان تکمیل عملیات	(۱۷)	$c \in C$	$\|C\|$

بر اساس جدول ۵ تعداد کل قیود مدل GS برابر است با:

$$N_{con}^{GS} = 5|C| + |C|(|C| - 1)(2|Q| + 2|T||B| + 2|Y||L| + 1) + |B|(1 + |Y|) + |L|$$

با بسط عبارت فوق خواهیم داشت:

$$N_{con}^{GS} = |C|^2(2|Q| + 2|T||B| + 2|Y||L| + 1) + |C|(4 - 2|Q| - 2|T||B| - 2|Y||L|) + |B|(1 + |Y|) + |L|$$

در این رابطه جمله غالب $|C|^2(2|Q| + 2|T||B| + 2|Y||L| + 1)$ می‌باشد. ازاین‌رو مرتبه رشد تعداد قیود مدل اول به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$N_{con}^{GS} = O(|C|^2(|Q| + |T||B| + |Y||L|)$$

۴-۳- تحلیل اندازه مدل EDS

۴-۳-۱- متغیرهای تصمیم‌گیری

در مدل EDS، متغیرهای توالی علاوه بر جفت کانتینرها به تجهیزات نیز وابسته هستند. ساختار شمارشی این متغیرها در جدول ۶ ارائه شده است.

جدول ۶ ساختار متغیر در مدل EDS

نوع متغیر	نماد متغیر	شاخص‌ها	تعداد
صفرویک تخصیص به جرثقیل اسکله	X'_{cq}	$c \in \mathrm{C}, q \in Q$	$\|C\|\|Q\|$
صفرویک تخصیص به کامیون	Z'_{cbt}	$c \in \mathrm{C}, b \in B, t \in T$	$\|C\|\|B\|\|T\|$
صفرویک تخصیص به جرثقیل محوطه	W'_{cly}	$c \in \mathrm{C}, l \in L, y \in Y$	$\|C\|\|L\|\|Y\|$
صفرویک توالی جرثقیل اسکله	$DQ'_{cc'q}$	$c \in C, c, c', q \in Q$	$\|C\|(\|C\| - 1)\|Q\|$
صفرویک توالی کامیون	$DT'_{cc't}$	$c \in C, c, c', t \in T$	$\|C\|(\|C\| - 1)\|T\|$
صفرویک توالی جرثقیل محوطه	$DY'_{cc'y}$	$c \in C, c, c', y \in Y$	$\|C\|(\|C\| - 1)\|Y\|$
صفرویک تخصیص به بلوک	SB_{cb}	$c \in C, b \in B$	$\|C\|\|B\|$
صفرویک تخصیص به مکان ذخیره‌سازی	SL_{cl}	$c \in C, l \in L$	$\|C\|\|L\|$
پیوسته زمان شروع تخلیه	SQ_c	$c \in C$	$\|C\|$
پیوسته زمان شروع حمل	ST_c	$c \in C$	$\|C\|$
پیوسته زمان ذخیره‌سازی	SY_c	$c \in C$	$\|C\|$
پیوسته زمان تکمیل عملیات	C_{max}	-	1

بر اساس جدول ۶ تعداد کل متغیرهای صفرویک مدل EDS برابر است با:

$$N_{bin}^{EDS} = |C|(|C| - 1)(|Q| + |T| + |Y|) + |C|(|Q| + |B||T| + |L||Y| + |B| + |L|)$$

و تعداد متغیرهای پیوسته نیز برابر است با:

$$N_{cont}^{EDS} = 3|C| + 1$$

در نتیجه، تعداد کل متغیرهای مدل اول از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$N_{var}^{EDS} = |C|(\,|C|-1)(|Q|+|T|+|Y|)+|C|(|Q|+|B||T|+|L||Y|+|B|+|L|+3)+1$$

با بسط رابطه فوق خواهیم داشت:

$$N_{var}^{EDS} = |C|^2(|Q|+|T|+|Y|)+|C|(|B||T|+|L||Y|+|B|+|L|+3-|T|-|Y|)+1$$

در رابطه بالا جمله غالب $|C|^2(|Q|+|T|+|Y|)$ بوده و در نتیجه مرتبه رشد تعداد متغیرهای این مدل برابر است با:

$$N_{var}^{EDS} = O\ |C|^2(|Q|+|T|+|Y|)$$

٤-٣-٢- تحلیل قیود

قیود مدل مبتنی بر توالی وابسته به تجهیز نیز شامل قیود تخصیص تجهیزات، قیود تخصیص بلوک و مکان ذخیره‌سازی، قیود پیوستگی عملیات و قیود تقدم و تأخر زمانی است که در بخش قبل محدودیت‌ها معرفی و تشریح گردیدند. ازاین‌رو، در جدول ۷ ساختار شمارشی قیود مدل EDS آورده شده است.

جدول ۷ ساختار قیود در مدل EDS

نماد قید	شماره قید	شاخص‌ها	تعداد قید
تخصیص بلوک	(۲۰)	$c \in \mathrm{C}$	$\|C\|$
تخصیص مکان	(۲۱)	$c \in \mathrm{C}, \mathrm{b} \in \mathrm{B}$	$\|C\|\|B\|$
ظرفیت مکان	(۲۲)	$l \in \mathrm{L}$	$\|L\|$
آغاز / پایان مسیر جرثقیل اسکله	(۲۳)-(۲۴)	$q \in Q$	$2\|Q\|$
تعادل مسیر جرثقیل اسکله	(۲۵)	$c \in \mathrm{C}, q \in Q$	$\|C\|\|Q\|$
تخصیص جرثقیل اسکله	(۲۶)	$c \in \mathrm{C}$	$\|C\|$
سازگاری با مسیر جرثقیل اسکله	(۲۷)	$c \in \mathrm{C}, q \in Q$	$\|C\|\|Q\|$
آغاز / پایان مسیر کامیون	(۲۸)-(۲۹)	$t \in T$	$2\|T\|$
تعادل مسیر کامیون	(۳۰)	$c \in \mathrm{C}, t \in T$	$\|C\|\|T\|$
تخصیص کامیون	(۳۱)	$c \in \mathrm{C}$	$\|C\|$
سازگاری با مسیر کامیون	(۳۲)	$c \in \mathrm{C}, t \in T$	$\|C\|\|T\|$
آغاز / پایان مسیر جرثقیل محوطه	(۳۳)-(۳۴)	$y \in Y$	$2\|Y\|$
تعادل مسیر جرثقیل محوطه	(۳۵)	$c \in \mathrm{C}, y \in Y$	$\|C\|\|Y\|$
تخصیص جرثقیل محوطه	(۳۶)	$c \in \mathrm{C}$	$\|C\|$
سازگاری با مسیر جرثقیل محوطه	(۳۷)	$c \in \mathrm{C}, y \in Y$	$\|C\|\|Y\|$
هماهنگی جرثقیل و بلوک	(۳۸)	$c \in \mathrm{C}, y \in \mathrm{Y}$	$\|C\|\|Y\|$
توالی تخلیه	(۳۹)	$q \in Q, (c,c') \in C\ , c \neq c'$	$\|C\|(\,\|C\|-1)\|Q\|$
توالی حمل	(۴۰)	$\mathrm{t} \in \mathrm{T}, (b,b') \in \mathrm{B}, (c,c') \in C\ , c \neq c'$	$\|C\|(\,\|C\|-1)\|T\|\|B\|$
توالی ذخیره‌سازی	(۴۱)	$y \in Y, (l,l') \in L, (c,c') \in C\ , c \neq c'$	$\|C\|(\,\|C\|-1)\|Y\|\|L\|$
پیوند زمانی مراحل	(۴۲) - (۴۳)	$c \in \mathrm{C}$	۲$\|C\|$
تقدم در تخلیه	(۴۴)	$c, c' \in \Omega, c \neq c'$	$\|C\|(\,\|C\|-1)$
زمان تکمیل عملیات	(۴۵)	$c \in C$	$\|C\|$

بر اساس جدول ۷ تعداد کل قیود مدلEDS برابر است با:

$$N_{con}^{EDS} = 7|C|+|C|(\,|C|-1)(|Q|+|T||B|+|Y||L|+1)+|C|(|B|+2|Q|+2|T|+3|Y|)+|L|+2|T|+2|Y|$$

با بسط رابطه فوق خواهیم داشت:

$$N_{con}^{EDS} = |C|^2(|Q|+|T||B|+|Y||L|+1)+|C|(|B|+|Q|+|T|+2|Y|+6)+|L|+2|T|+|Y|$$

جمله غالب برابر با $|C|^2(|Q|+|T||B|+|Y||L|+1)$ می‌باشد. ازاین‌رو، مرتبه رشد تعداد قیود این مدل برابر است با

$$N_{con}^{EDS} = O(|C|^2(|Q|+|T||B|+|Y||L|)$$

در جدول ۸ خلاصه‌ای از مرتبه رشد متغیرها و قیود هر دو مدل گزارش شده است.

جدول۸ مقایسه مرتبه رشد مدل‌ها

مدل	مرتبه رشد متغیرها	مرتبه رشد قیود
مدل مبتنی بر توالی عمومی	$O(\|C\|^2)$	$O(\|C\|^2(\|Q\|+\|T\|\|B\|+\|Y\|\|L\|)$
مدل مبتنی بر توالی وابسته به تجهیز	$O\ \|C\|^2(\|Q\|+\|T\|+\|Y\|)$	$O(\|C\|^2(\|Q\|+\|T\|\|B\|+\|Y\|\|L\|)$

٤-٤- مقایسه نظری مدل‌ها

بر اساس روابط استخراج‌شده در بخش قبل برای تعداد متغیرها و قیود، می‌توان مرتبه رشد دو فرمول‌بندی را به‌صورت زیر خلاصه کرد. اگر تعداد کانتینرها با $|C|=n$ و مجموع تجهیزات با $|Q|+|T|+|Y|=m$ نمایش داده شود، جملات غالب در روابط تعداد متغیرها و قیود به‌صورت زیر قابل بیان هستند:

$$N_{var}^{GS} = O(n^2)\ ,\ N_{var}^{EDS} = O(n^2\mathrm{m})$$

از نظر تعداد قیود نیز، هر دو فرمول‌بندی از مرتبه رشد تقریباً مشابهی برخوردار هستند. بر این اساس، هر دو مدل دارای رشد درجه دوم نسبت به تعداد کانتینرها هستند؛ بااین‌حال، در مدل EDS جمله غالب تعداد متغیرها علاوه بر تعداد کانتینرها به تعداد تجهیزات نیز وابسته است.

گزاره ۱. با فرض ثابت بودن تعداد تجهیزات، هر دو فرمول‌بندی GS و EDS دارای مرتبه رشد $O(n^2)$ هستند. در مقابل، در صورت افزایش تعداد تجهیزات، تعداد متغیرهای مدل EDS از مرتبه $O(n^2\mathrm{m})$ تبعیت می‌کند.

اثبات. در هر دو مدل، بخش غالب متغیرها و قیود از روابط زوجی میان کانتینرها ناشی می‌شود؛ بنابراین رشد ابعاد مدل‌ها متناسب با n^2 خواهد بود. در مدل GS، متغیرهای ترتیبی مستقل از تجهیزات تعریف می‌شوند، درحالی‌که در مدل EDS این متغیرها برای تجهیزات مختلف تکرار می‌شوند. ازاین‌رو، جمله غالب تعداد متغیرهای مدل EDS علاوه بر n^2، شامل عامل m نیز خواهد بود.

٥- نتایج محاسباتی و تحلیل عملکرد مدل‌ها

٥-١- تنظیمات محیط محاسباتی و داده‌های آزمایشی

به‌منظور ارزیابی و مقایسه عملکرد دو مدل‌سازی ارائه‌شده در این پژوهش، مجموعه‌ای از نمونه‌های آزمایشی طراحی شد. ساختار تولید داده‌ها با بهره‌گیری از رویه‌های مورد استفاده در پژوهش پیشین نویسندگان [۲۱] و با اتکا به ادبیات موضوع تعیین گردید، به‌گونه‌ای که انسجام پژوهشی و قابلیت مقایسه نتایج حفظ شود. بازه پارامترهای مسئله با توجه به شرایط شدنی بودن مدل‌ها انتخاب شده است.

پارامترهای زمانی به‌صورت تصادفی و با توزیع یکنواخت تولید شدند؛ به‌طوری‌که زمان تخلیه هر کانتینر توسط جرثقیل اسکله در بازه [۱۰،۵۰]، زمان حمل توسط کامیون محوطه در بازه [۳۰،۱۰۰] و زمان بارگذاری توسط جرثقیل محوطه در بازه [۱۰،۵۰] در نظر گرفته شد. به‌منظور بررسی تأثیر اندازه مسئله بر عملکرد مدل‌ها، نمونه‌ها در مقیاس‌های مختلف و بر اساس تعداد کانتینرها طراحی گردیدند.

هر دو مدل با استفاده از حل‌کننده CPLEX در محیط نرم‌افزار GAMS پیاده‌سازی و اجرا شدند. آزمایش‌های محاسباتی بر روی رایانه‌ای با مشخصات CPU Intel Xeon Gold 6240R 2.40GHz 8 Core و RAM 32GB انجام شد. در تمامی آزمایش‌ها، مقدار پارامتر MIPGap برابر صفر در نظر گرفته شد و برای هر نمونه محدودیت زمانی یک ساعت (۳۶۰۰ ثانیه) اعمال گردید.

۵-۲- مقایسه عملکرد زمانی و تحلیل نرخ رشد

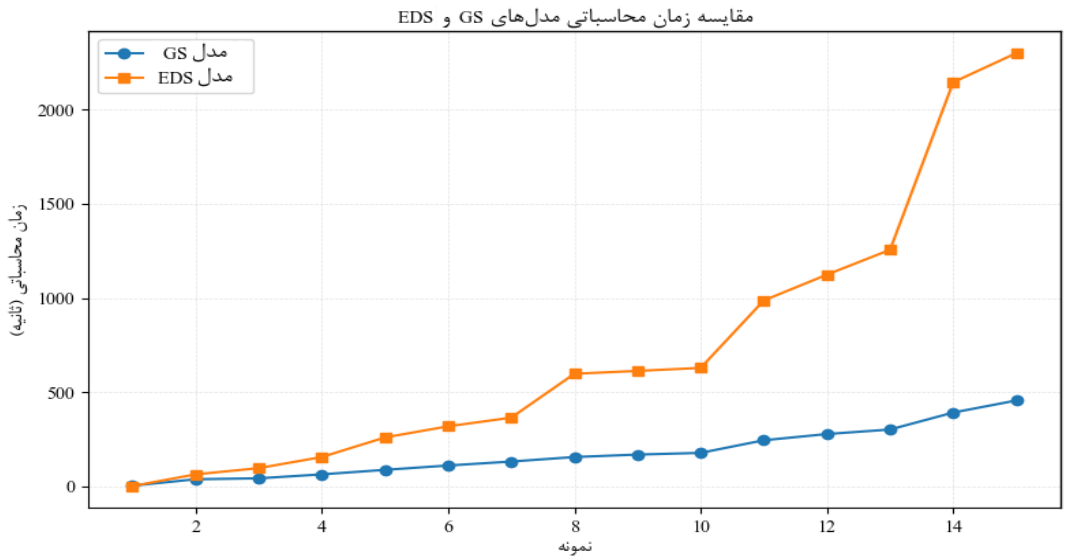
به‌منظور ارزیابی کارایی دو مدل پیشنهادی، آزمایش‌های عددی بر روی ۱۵ نمونه آزمایشی در مقیاس‌های مختلف انجام شد که نتایج محاسباتی آن‌ها در جدول ۹ ارائه شده است. در این جدول، C تعداد کانتینرها، Q تعداد جرثقیل‌های اسکله، T تعداد کامیون‌های محوطه، Y تعداد جرثقیل‌های محوطه، B تعداد بلوک‌های محوطه، L تعداد مکان‌های ذخیره‌سازی در هر نمونه مسئله است. همچنین به‌منظور ارائه تصویری کامل‌تر از عملکرد محاسباتی دو مدل، تعداد متغیرهای تصمیم و زمان حل هر نمونه در ستون‌های مربوطه گزارش شده است. لازم به ذکر است که تمامی نمونه‌های آزمایشی توسط هر دو مدل به جواب بهینه دست یافته‌اند.

جدول ۹ نتایج حاصل از حل مدل GS و EDS

نمونه	C	$Q/T/Y$	B/L	تعداد متغیر		زمان محاسباتی (ثانیه)		*نسبت زمان
				GS	EDS	GS	EDS	
۱	۶	۱/۲/۱	۲/۲	۱۵۱	۲۰۵	۴	۲	۰/۵
۲	۷	۱/۱/۱	۲/۳	۱۹۰	۲۲۵	۳۸	۶۴	۱/۶۸
۳	۷	۱/۲/۱	۲/۳	۲۰۴	۲۸۱	۴۳	۹۷	۲/۲۶
۴	۸	۱/۲/۱	۲/۳	۲۵۷	۳۵۳	۶۴	۱۵۶	۲/۴۴
۵	۸	۱/۲/۲	۲/۴	۲۹۷	۴۵۷	۸۸	۲۶۰	۲/۹۵
۶	۹	۲/۳/۲	۳/۵	۴۳۳	۷۹۳	۱۱۱	۳۱۹	۲/۸۷
۷	۹	۲/۴/۲	۳/۵	۴۶۰	۸۹۲	۱۳۲	۳۶۵	۲/۷۷
۹	۱۰	۲/۵/۲	۳/۶	۵۹۱	۱۲۲۱	۱۵۶	۵۹۸	۳/۸۳
۸	۱۰	۳/۵/۲	۳/۶	۶۰۱	۱۳۲۱	۱۶۹	۶۱۳	۳/۶۳
۱۰	۱۰	۳/۷/۲	۳/۷	۶۸۱	۱۵۹۱	۱۷۸	۶۲۹	۳/۵۳
۱۱	۱۱	۳/۷/۲	۳/۶	۷۶۰	۱۸۴۹	۲۴۵	۹۸۷	۴/۰۳
۱۲	۱۱	۳/۷/۲	۳/۷	۷۸۲	۱۸۸۲	۲۷۸	۱۱۲۴	۴/۰۴
۱۳	۱۱	۳/۷/۳	۳/۷	۸۵۹	۲۰۶۹	۳۰۲	۱۲۵۶	۴/۱۶
۱۴	۱۲	۳/۹/۴	۳/۷	۱۱۲۹	۲۹۶۵	۳۹۲	۲۱۴۵	۵/۴۷
۱۵	۱۲	۳/۹/۴	۴/۹	۱۳۳۳	۳۲۰۵	۴۵۶	۲۳۰۰	۵/۰۴

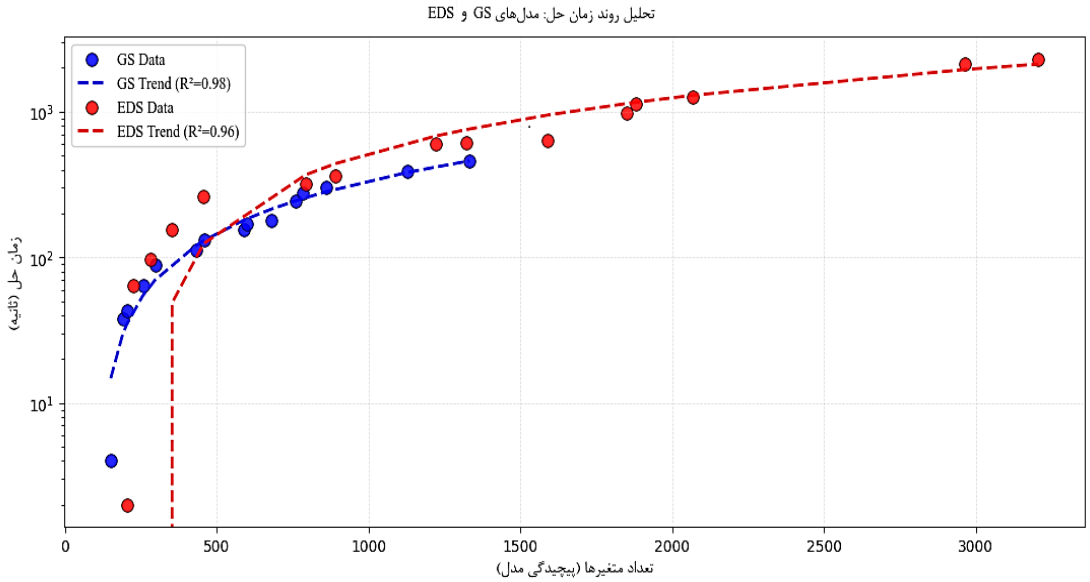
* نسبت زمان حل مدل EDS به مدل GS

نتایج محاسباتی جدول ۹ نشان می‌دهد که مدل EDS دارای ابعاد بزرگ‌تری نسبت به GS است؛ به‌طور متوسط تعداد متغیرهای EDS بین ۱/۵ تا ۲ برابر GS است. رشد ابعاد مدل با افزایش اندازه مسئله هم‌راستا بوده و افزایش ابعاد مدل EDS منجر به افزایش زمان حل شده است. همچنین بررسی نتایج زمان حل نشان می‌دهد که اگرچه هر دو مدل در یافتن جواب‌های بهینه موفق عمل می‌کنند، اما تفاوت در زمان حل مشاهده می‌گردد. تفاوت عملکرد دو مدل با بررسی نسبت زمان حل مدل EDS به GS روشن‌تر می‌شود. این نسبت در نمونه‌های متوسط حدود ۲ تا ۳ است اما با افزایش اندازه مسئله، این نسبت به بیش از ۵ می‌رسد که بیانگر افزایش زمان حل مدل EDS نسبت به مدل GS است. به‌منظور ارائه تصویری واضح‌تر از تفاوت زمان هر یک از این مدل‌ها برای دست‌یابی به جواب بهینه، شکل ۲ ارائه گردیده است که نشان می‌دهد زمان حل مدل EDS با شیب تندتری افزایش می‌یابد.



شکل ۲ مقایسه زمان محاسباتی مدل GS و EDS

شکل ۳ رابطه بین تعداد متغیرهای مدل (به‌عنوان شاخص پیچیدگی ساختاری) و زمان حل مدل‌ها (در مقیاس لگاریتمی) را برای دو مدل GS و EDS نشان می‌دهد، همان‌طور که در نمودار مشخص است، مدل GS در تمام ابعاد دارای الگوی رشد منظم‌تر و ملایم‌تر نسبت به مدل EDS است. نقاط آبی نشان می‌دهند که حتی با افزایش تعداد متغیرها به بیش از ۱۲۰۰، زمان حل GS همچنان با شیب نسبتاً ملایم افزایش پیدا می‌کند و رفتار آن بدون نوسان‌های بزرگ حفظ می‌شود. در مقابل، نقاط قرمز مربوط به EDS نشان‌دهنده نوسان بیشتر و شیب افزایشی تندتر هستند که بیانگر حساسیت بالاتر مدل EDS نسبت به افزایش ابعاد مسئله است. این تفاوت در الگوی رشد باعث می‌شود که فاصله بین زمان حل دو مدل با افزایش اندازه مسئله به‌صورت فزاینده زیاد شود. در ابعاد کوچک تفاوت‌ها اندک است، اما در ابعاد بزرگ‌تر، فاصله زمانی به مقادیری می‌رسد که از منظر کاربردی می‌تواند تعیین‌کننده انتخاب مدل باشد. همچنین ضرایب تعیین گزارش‌شده در این شکل نیز نشان می‌دهند که رابطه بین تعداد متغیرها و زمان حل در هر دو مدل از الگوی منظمی تبعیت می‌کند. مقدار R^2 برابر ۰/۹۸ برای مدل GS بیانگر آن است که تغییرات زمان حل این مدل تقریباً به‌طور کامل توسط اندازه مدل توضیح داده می‌شود؛ بنابراین GS رفتار محاسباتی پایدار و قابل پیش‌بینی‌تری دارد. در مقابل، اگرچه مقدار R^2 برای مدل EDS نیز بالا و برابر ۰/۹۶ است، اما مقدار کمتر آن همراه با شیب بزرگ‌تر منحنی روند نشان می‌دهد که زمان حل EDS با افزایش ابعاد مدل سریع‌تر و با نوسان بیشتری رشد می‌کند. این نتایج بیانگر مقیاس‌پذیری بهتر و کارایی محاسباتی بالاتر مدل GS نسبت به EDS است.



شکل ۳ رابطه بین تعداد متغیرهای تصمیم و زمان حل مدل‌های GS و EDS

۵-۳- تحلیل حساسیت نسبت تجهیزات به کانتینرها

به‌منظور بررسی اثر نسبت تجهیزات به کانتینرها، تعداد کانتینرها در تمامی آزمایش‌ها ثابت و برابر $|C| = 10$ در نظر گرفته شد و تنها تعداد تجهیزات تغییر داده شد تا سطوح مختلفی از نسبت m/n ایجاد گردد. سپس تأثیر این تغییرات بر ابعاد مدل و زمان حل در دو روش GS و EDS بررسی شد.

جدول ۱۰ نتایج محاسباتی تحلیل حساسیت نسبت تجهیزات به کانتینرها

سناریو	Q	T	Y	m	N	m/n	تعداد متغیر		زمان محاسباتی (ثانیه)	
							GS	EDS	GS	EDS
۱	۲	۵	۲	۹	۱۰	۰.۹	۵۹۱	۱۲۲۱	۱۵۶	۵۹۸
۲	۳	۵	۲	۱۰	۱۰	۱	۶۰۱	۱۲۲۱	۱۶۹	۶۱۳
۳	۳	۷	۲	۱۲	۱۰	۱.۲	۶۸۱	۱۵۹۱	۱۷۸	۶۲۹

بررسی نتایج نشان می‌دهد که با افزایش نسبت تجهیزات به کانتینرها، ابعاد هر دو مدل افزایش می‌یابد؛ بااین‌حال نرخ رشد تعداد متغیرها در مدل EDS بیشتر از مدل GS است. این رفتار با ساختار ریاضی دو فرمول‌بندی سازگار بوده و نشان می‌دهد که مدل EDS نسبت به تغییرات سطح تجهیزات حساسیت بیشتری دارد. در مقابل، مدل GS تحت افزایش نسبت m/n روند رشد ملایم‌تر و پایدارتری را از نظر اندازه مدل تجربه می‌کند.

از منظر عملکرد محاسباتی نیز، اگرچه تغییرات زمان حل در سناریوهای بررسی‌شده نسبتاً محدود است، اما مدل EDS در تمامی حالات زمان محاسباتی بیشتری نسبت به GS ثبت کرده است. این موضوع نشان می‌دهد که افزایش نسبت تجهیزات اثر قوی‌تری بر پیچیدگی محاسباتی مدل EDS دارد، درحالی‌که مدل GS رفتار باثبات‌تری را حفظ می‌کند.

به‌طورکلی، نتایج این تحلیل حساسیت نشان می‌دهد که مدل GS نسبت به تغییرات نسبت تجهیزات به کانتینرها از مقیاس‌پذیری و پایداری محاسباتی بهتری برخوردار است.

۵-۴- بحث و تحلیل انتخاب فرمول‌بندی

نتایج حاصل از تحلیل حساسیت نشان داد که رفتار محاسباتی دو فرمول‌بندی نسبت به تغییر نسبت تجهیزات به کانتینرها m/n یکسان نیست. با افزایش این نسبت، تعداد متغیرهای مدل EDS با نرخ بیشتری رشد می‌کند، درحالی‌که مدل GS روند

رشد ملایم‌تر و پایدارتری را حفظ می‌نماید. اگرچه در نمونه‌های بررسی‌شده اختلاف‌زمان حل دو مدل در برخی موارد محدود بوده است، اما الگوی رشد ابعاد مدل بیانگر حساسیت بیشتر فرمول‌بندی EDS نسبت به افزایش وابستگی مسئله به تجهیزات است. بر این اساس، انتخاب فرمول‌بندی مناسب باید متناسب با ساختار مسئله و میزان وابستگی آن به تجهیزات انجام شود. در مسائلی که تعداد تجهیزات محدود بوده و وابستگی ساختار مدل به تجهیزات کمتر است، هر دو فرمول‌بندی می‌توانند عملکرد قابل قبولی ارائه دهند. در مقابل، با افزایش نسبت تجهیزات به کانتینرها، مدل GS به دلیل ابعاد کوچک‌تر و رفتار محاسباتی باثبات‌تر، گزینه مناسب‌تری برای حل مسئله محسوب می‌شود. در مجموع، تحلیل پیشینی مرتبه رشد متغیرها و قیود می‌تواند به‌عنوان ابزاری مؤثر برای انتخاب ساختار مدل در مسائل برنامه‌ریزی و بهینه‌سازی لجستیکی مورد استفاده قرار گیرد.

٦- نتیجه‌گیری و پیشنهادهای پژوهشی

در این پژوهش، مسئله یکپارچه زمان‌بندی تجهیزات و تخصیص مکان ذخیره‌سازی کانتینر در پایانه‌های کانتینری موردبررسی قرار گرفت. در این راستا، دو فرمول‌بندی ریاضی مبتنی بر توالی عمومی و توالی وابسته به تجهیز ارائه شد و عملکرد آن‌ها از منظر ساختار مدل و رفتار محاسباتی مورد ارزیابی قرار گرفت. هدف اصلی پژوهش، تحلیل تفاوت‌های مفهومی و محاسباتی این دو رویکرد مدل‌سازی و بررسی تأثیر ساختار فرمول‌بندی بر ابعاد مدل و کارایی حل بوده است.

تحلیل ساختاری فرمول‌بندی‌ها نشان داد که اگرچه مرتبه رشد قیود در هر دو مدل از مرتبه $O(|C|^2(|Q|+|T||B|+|Y||L|))$ می‌باشد و تعداد قیود علاوه بر تعداد کانتینرها، به تعداد تجهیزات عملیاتی و اجزای مرتبط با ذخیره‌سازی در محوطه نیز وابسته است، اما تفاوت اصلی میان دو رویکرد در نحوه رشد تعداد متغیرها مشاهده می‌شود. به‌طور مشخص، مرتبه رشد متغیرها در مدل توالی عمومی برابر با $O(|C|^2)$ و در EDS برابر با $O(|C|^2(|Q|+|T||B|+|Y||L|))$ است که بیان می‌کند در مدل EDS ابعاد مدل علاوه بر تعداد کانتینرها، به تعداد تجهیزات عملیاتی نیز وابسته است؛ درحالی‌که در مدل توالی عمومی تعداد متغیرها عمدتاً تابعی از تعداد کانتینرها بوده و وابستگی مستقیمی به تعداد تجهیزات ندارد.

به‌منظور ارزیابی عملکرد محاسباتی، مجموعه‌ای از آزمایش‌های عددی بر روی نمونه‌مسائل با اندازه‌های مختلف انجام شد. نتایج محاسباتی نشان داد که هر دو فرمول‌بندی قادر به حل بهینه نمونه‌های مورد بررسی هستند، اما تفاوت‌هایی در ابعاد مدل و روند رشد آن‌ها مشاهده می‌شود. همچنین تحلیل حساسیت نسبت تجهیزات به کانتینرها m/n نشان داد که با افزایش این نسبت، تعداد متغیرها و قیود در هر دو مدل افزایش می‌یابد، اما این افزایش در مدل توالی وابسته به تجهیز محسوس‌تر است. در مقابل، مدل توالی عمومی در سناریوهای بررسی‌شده رفتار باثبات‌تری از نظر رشد ابعاد مدل و زمان حل نشان داد.

بر این اساس، می‌توان نتیجه گرفت که انتخاب فرمول‌بندی مناسب به ساختار عملیاتی مسئله و ابعاد سیستم وابسته است. در مسائل با تعداد محدود تجهیزات، هر دو رویکرد می‌توانند عملکرد قابل قبولی ارائه دهند؛ اما با افزایش تعداد تجهیزات و منابع عملیاتی، مدل توالی عمومی به دلیل رشد متعادل‌تر تعداد متغیرها و پایداری بیشتر از منظر محاسباتی، می‌تواند گزینه مناسب‌تری برای حل مسائل بزرگ‌تر باشد. در مقابل، مدل توالی وابسته به تجهیز می‌تواند در شرایطی که نمایش دقیق وابستگی‌های تجهیزمحور اهمیت بیشتری دارد، انعطاف‌پذیری مدل‌سازی بیشتری فراهم کند.

اگرچه این پژوهش در بستر عملیات ترمینال کانتینری انجام شده است، اما رویکرد مقایسه‌ای ارائه‌شده برای تحلیل ساختار فرمول‌بندی‌ها می‌تواند در سایر مسائل لجستیکی و زمان‌بندی که شامل تصمیمات توالی‌محور و تخصیص منابع هستند نیز مورداستفاده قرار گیرد.

در نهایت، برای پژوهش‌های آتی می‌توان چند مسیر را پیشنهاد کرد. توسعه روش‌های ابتکاری و فراابتکاری برای حل نمونه‌های بزرگ‌تر، استفاده از روش‌های تجزیه به‌منظور کاهش پیچیدگی محاسباتی و بررسی نسخه‌های توسعه‌یافته مسئله با در نظر گرفتن شرایط واقعی‌تر عملیاتی، از جمله ورود پویای کانتینرها یا عدم قطعیت در زمان‌های عملیات، می‌تواند زمینه مناسبی برای ادامه این پژوهش فراهم کند.

منابع

[1] Kizilay D, Eliiyi DT. A comprehensive review of quay crane scheduling, yard operations and integrations thereof in container terminals. Flexible Services and Manufacturing Journal. 2021;33:1-42. https://doi.org/10.1007/s10696-020-09385-5

[2] Chen S-M, Lee L-W. Fuzzy multiple attributes group decision-making based on the ranking values and the arithmetic operations of interval type-2 fuzzy sets. Expert Systems with applications. 2010;37:824-33. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2009.06.094

[3] Qiu M, Meng Y, Chen J, Chen Y, Li Z, Li J. Dual multi-objective optimisation of the cane milling process. Computers & Industrial Engineering. 2023;179:109146. https://doi.org/10.1016/j.cie.2023.109146

[4] Magrabi F, Ammenwerth E, McNair JB, De Keizer NF, Hyppönen H, Nykänen P, et al. Artificial intelligence in clinical decision support: challenges for evaluating AI and practical implications .Yearbook of medical informatics. 2019;28:128-34. https://doi.org/10.1055/s-0039-1677903

[5] Rosca E, Rusca F, Carlan V, Stefanov O, Dinu O, Rusca A. Assessing the influence of equipment reliability over the activity inside maritime container terminals through discrete-event simulation. Systems. 2025;13:213. https://doi.org/10.3390/systems13030213

[6] Wu Q, Hao J-K. Solving the winner determination problem via a weighted maximum clique heuristic. Expert Systems with applications. 2015;42:355-65. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2014.07.027

[7] Daganzo CF. The crane scheduling problem. Transportation Research Part B: Methodological. 1989;23:159-75. https://doi.org/10.1016/0191-2615(89)90001-5

[8] Kim KH, Park Y-M. A crane scheduling method for port container terminals. European Journal of operational research. 2004;156:752-68. https://doi.org/10.1016/S0377-2217(03)00133-4

[9] Al-Dhaheri N, Jebali A, Diabat A. The quay crane scheduling problem with nonzero crane repositioning time and vessel stability constraints. Computers & Industrial Engineering. 2016;94:230-44. https://doi.org/10.1016/j.cie.2016.01.011

[10] Abou Kasm O, Diabat A. Next-generation quay crane scheduling. Transportation Research Part C: Emerging Technologies. 2020;114:694-715. https://doi.org/10.1016/j.trc.2020.02.015

[11] Li S, Jia S, Tao Y, Lin X. Gate appointment design in a container terminal: A robust optimization approach. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review. 2024;184:103495. https://doi.org/10.1016/j.tre.2024.103495

[12] Sun D, Tang L, Baldacci R, Chen Z. A decomposition method for the group-based quay crane scheduling problem. INFORMS Journal on Computing. 2024;36:543-70. https://doi.org/10.1287/ijoc.2022.0298

[13] Cao J, Shi Q, Lee D-H. Integrated quay crane and yard truck schedule problem in container terminals. Tsinghua Science & Technology. 2010;15:467-74. https://doi.org/10.1016/S1007-0214(10)70089-4

[14] Kaveshgar N, Huynh N. Integrated quay crane and yard truck scheduling for unloading inbound containers. International Journal of Production Economics. 2015;159:168-77. https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2014.09.028

[15] Tang L, Zhao J, Liu J. Modeling and solution of the joint quay crane and truck scheduling problem. European Journal of operational research. 2014;236:978-90. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.08.050

[16] Hop DC, Van Hop N, Anh TTM. Adaptive particle swarm optimization for integrated quay crane and yard truck scheduling problem. Computers & Industrial Engineering. 2021;153:107075. https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.107075

[17] Qin T, Du Y, Chen JH, Sha M. Combining mixed integer programming and constraint programming to solve the integrated scheduling problem of container handling operations of a single vessel. European Journal of operational research. 2020;285:884-901. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.02.021

[18] Hsu H-P, Chou C-C, Wang C-N. Heuristic/metaheuristic-based simulation optimization approaches for integrated scheduling of yard crane, yard truck, and quay crane considering import and export containers. IEEE Access. 2022;10:64650-70. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3180752

[19] Kizilay D, Eliiyi DT, Van Hentenryck P. Constraint and mathematical programming models for integrated port container terminal operations. International Conference on the Integration of Constraint Programming, Artificial Intelligence, and Operations Research: Springer;2018 .p. 344-60. https://doi.org/10.1007/978-3-319-93031-2_25

[20] Fani Sadrabadi Z, Alinaghian M. An integrated problem of handling equipment scheduling and storage space allocation for inbound containers at container terminals. Sharif Journal of Industrial Engineering & Management. 2025.