Journal of Industrial Innovations

https://jii.araku.ac.ir

ISSN: 3092-7811

Investigation of Rheometer Diagrams in the Rubber Industry using Orthogonal Polynomial Profiles

Alireza Rashkan [a], Nasser Safaie [b*]

[a] Department of Industrial Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran. a.rashkan@email.kntu.ac.ir

[b] Department of Industrial Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran. nsafaie@kntu.ac.ir

Original Article

Use your device to scan and read the article online

Citation: Rashkan A, Safaie N. Investigation of Rheometer Diagrams in the Rubber Industry using Orthogonal Polynomial Profiles. Journal of Industrial Innovations. 2026; 4(3):101-119.

https://doi.org/10.22034/jii.2026.737555

KEYWORDS

Nonlinear profile;
Rheometer diagram;
Orthogonal polynomial;
Statistical quality control;
Rubber industry.

ABSTRACT

In industrial manufacturing processes, particularly in the rubber industry, product quality is often influenced by multiple correlated and nonlinear process variables, making separate analysis insufficient and potentially leading to the loss of valuable process information. Among the available quality assessment tools, the rheometer torque–time curve provides continuous information on the curing behavior of rubber compounds and can be effectively analyzed as a functional profile. In this study, an orthogonal polynomial profile approach was employed to model and analyze the entire rheometer curve, overcoming the limitations of conventional methods that rely only on a few characteristic curing points. By transforming the conventional polynomial regression model into an orthogonal form, the proposed approach reduces multicollinearity among regression coefficients and enables independent and more stable monitoring of process parameters. A case study was conducted using data collected from an automotive rubber strip manufacturing process. The monitoring results showed that, in the scorch region, two out of four samples remained within the control limits, whereas the remaining two samples were identified as out-of-control. Likewise, in the cure completion region, only one sample was within the control limits, while three samples exceeded the control boundaries. These findings demonstrate that the proposed profile-based approach is more sensitive to process variations than conventional characteristic-point methods and provides a more comprehensive representation of the curing behavior. Therefore, the proposed methodology can serve as an effective tool for curing process monitoring, rheometer performance evaluation, and quality control decision-making in rubber manufacturing industries.

Extended Abstract

1. Introduction

The quality of rubber products is strongly influenced by the curing behavior of the compound, most commonly evaluated through rheometer measurements. For decades, the oscillating disk rheometer has served as one of the fastest and most accessible tools for assessing the viscoelastic properties of rubber compounds during vulcanization [1]. Although more advanced instruments such as the moving die rheometer, developed in accordance with standards such as ASTM D2084, offer higher accuracy by improving heat transfer and eliminating disk-slippage effects [1, 2], analysis of the torque-time curve still forms the basis of quality control in the rubber industry. The rheometer output records torque variations of a rubber compound

* Corresponding author.
E-mail address: nsafaie@kntu.ac.ir
DOI: https://doi.org/10.22034/jii.2026.737555
Received: June 27, 2026; Received in revised form: July 12, 2026; Accepted: July 14, 2026.
Article type: Research Paper

as a function of time at a fixed temperature. In conventional practice, decisions regarding curing quality, one of the most critical parameters affecting the mechanical, hardness, and functional properties of rubber, are based solely on a few discrete index points such as the scorch time, minimum and maximum torque, and the optimum cure time [1, 3]. Relying exclusively on these isolated points causes loss of important behavioral information in the rising and falling phases of the cure curve, including hidden variables such as the microkinetic cure rate, reversion phenomena caused by degradation of sulfidic networks, and complex flow behavior from shear-heating effects during injection molding [4, 5]. Research has further shown that fillers and additives, such as carbon black or organically modified montmorillonite, considerably alter the shape and dynamics of the entire rheograph, an effect not captured by monitoring two isolated index points alone [3, 6]. Because product quality is inherently multivariate, multivariate statistical process control techniques, such as Hotelling control charts, have been developed to monitor correlated quality characteristics jointly [2, 8]. Profile monitoring has gained increasing importance for processes whose quality characteristic is expressed as a continuous functional curve rather than a single scalar value [7]. As shown by Woodall et al. [7], profile-based methods can be applied in both calibration and online monitoring; simple linear models suffice for some applications, while higher-order structural models are required in more complex scenarios. With modern sensing and big-data technologies, recorded process data have become increasingly massive, nonlinear, and correlated, motivating dynamic polynomial profile-monitoring methods that account for within-profile correlation [8]. In Phase II environments, nonparametric approaches such as the functional EWMA chart treat the entire curve as a single functional object, enabling detection of small and gradual shifts [9]. Studies using Gaussian processes have shown anomalies can be detected pointwise without waiting for the complete curve [10], while change-point detection methods help identify the timing and root cause of out-of-control conditions [11]. Given the nonlinear, complex nature of the rheometer curve and its dependence on thermodynamic, extrusion, and kinetic factors [4, 5, 12], mathematical modeling of the entire torque-time curve, without discarding information between key cure points, is essential. This paper proposes orthogonal polynomial profiles to model and statistically monitor the complete rheometer curve as a continuous structured profile, aiming to improve detection accuracy and reduce waste relative to conventional point-based control.

2. Modeling and Formulation

Profile monitoring is generally addressed in two phases. Phase I focuses on assessing process stability and estimating baseline parameters from historical data, while Phase II targets online monitoring for rapid detection of parameter shifts in real time [13].

When the response is a nonlinear function of an independent variable, polynomial regression is commonly used. A drawback of the ordinary polynomial form is the strong correlation among powers of the independent variable, which destabilizes coefficient estimation and inflates estimator variance. To overcome this, the model is transformed into an orthogonal polynomial form, where the coefficients become statistically independent and can be monitored separately [14], expressed for profile j as:

$$y_{ij} = B_0\, p_0(x_i) + B_1\, p_1(x_i) + B_2\, p_2(x_i) + \cdots + B_k\, p_k(x_i) + \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

Following Kazemzadeh et al. [14] and Montgomery's guideline that low-order polynomials should be preferred unless a higher order is strictly necessary [16], the rheometer curve was modeled using second-order orthogonal polynomials. The orthogonal basis functions satisfy a zero cross-product property over the design points, and the resulting least-squares coefficient estimators are mutually independent and normally distributed. This independence allows separate Phase II monitoring of each coefficient using univariate EWMA control charts, while an additional EWMA chart based on the mean squared error monitors residual variance, following Crowder and Hamilton [8]. Control limits for each coefficient chart, with smoothing constant θ and width parameter K_l, were derived analytically from the variance of the orthogonal estimators as:

$$UCL,\ LCL = B_l \pm K_l \sqrt{\frac{\theta}{2-\theta} \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^{n} p_l^2(x_i)}} \quad (2)$$

Since increasing the polynomial order increases the number of charts that must be jointly monitored [16], the curve was divided into an initial curing region and a final curing-completion region, each modeled with a second-order orthogonal polynomial.

3. Case Study and Results

The method was applied to real rheometric data from production of automotive rubber strips. To avoid high-order polynomials, the curve was split at its inflection region into Region 1 (initial curing) and Region 2 (cure completion), shown in Figure 1.

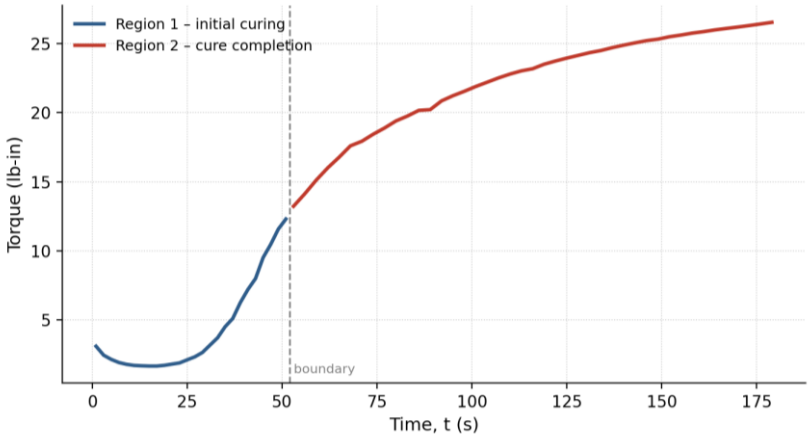


Figure 1 Rheometer cure curve divided into the two orthogonal-polynomial regions analyzed in this study

Baseline, in-control regression models were established for both curve segments, describing torque as a quadratic function of time, then transformed into orthogonal form. The resulting fitted orthogonal models were:

$$\hat{y} = 4.338\,p_0(t) + 0.187\,p_1(t) + 0.0716\,p_2(t) \text{ Region 1} \quad (3)$$

$$\hat{y} = 22.252\,p_0(t) + 0.140\,p_1(t) - 0.007\,p_2(t) \text{ Region 2} \quad (4)$$

with control limits derived for the three coefficients (B0, B1, B2) of each region.

Four new samples were evaluated against these limits using EWMA charts for the coefficients and the MSE-based EWMA for residual variance. For the initial curing region, two of the four samples fell outside the control limits, indicating deviation in early-stage curing behavior. For the curing-completion region, only one of the four samples remained within all control limits; the rest, including samples previously accepted by conventional criteria based on scorch time and optimum cure time, were flagged as out of control.

4. Discussion

These results show that profile-based monitoring is considerably more sensitive than traditional point-based indices. Samples judged acceptable by conventional index points were identified as deviating once the full curve shape was analyzed, confirming that spot-check approaches can overlook meaningful process variation embedded in the torque-time trajectory. Orthogonalization ensured that the estimated coefficients, and hence the monitored statistics, were mutually independent, allowing level, slope, and curvature of the curve to be tracked without confounding from coefficient correlation. This finding is consistent with prior profile-monitoring literature [7, 8, 14], extended here to rubber vulcanization, where the cure curve carries rich information not reducible to a small set of scalar indices.

5. Conclusions

This study demonstrated the effectiveness of orthogonal polynomial profiles for modeling rheometer curves and monitoring the rubber curing process. By utilizing the entire rheometer profile instead of a few characteristic points, the proposed method provided a more comprehensive evaluation of process behavior. The case study showed that two of four samples in the scorch region and one of four samples in the cure completion region were within the control limits, indicating the capability of the proposed approach to detect process variations. The results suggest that this methodology can improve quality monitoring and support process control in the rubber industry. Future research should validate the proposed approach using larger datasets and investigate its application in real-time process monitoring.

نوآوری‌های صنعتی

شاپا: ۷۸۱۱-۳۰۹۲

بررسی نمودار رئومتر در صنعت لاستیک با استفاده از پروفایل‌های چندجمله‌ای متعامد

علیرضا رشکن[الف]، ناصر صفایی[ب*]

[الف] دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران. a.rashkan@email.kntu.ac.ir

[ب] دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران. nsafaie@kntu.ac.ir

واژگان کلیدی

پروفایل غیرخطی؛ نمودار رئومتر؛ چندجمله‌ای متعامد؛ کنترل کیفیت آماری؛ صنعت لاستیک.

تاریخ دریافت: ۱۴۰۵/۰۴/۰۶

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۵/۰۴/۲۱

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۴/۲۳

چکیده

در فرآیندهای تولید صنعتی، به‌ویژه در صنعت لاستیک، کیفیت محصول اغلب تحت تأثیر هم‌زمان چندین متغیر وابسته و غیرخطی قرار دارد که تحلیل جداگانه آن‌ها می‌تواند منجر به از دست رفتن اطلاعات ارزشمند فرآیندی شود. در این میان، منحنی رئومتر به‌عنوان یکی از مهم‌ترین ابزارهای ارزیابی رفتار پخت آمیزه‌های لاستیکی، اطلاعات پیوسته‌ای از تغییرات گشتاور در طول زمان ارائه می‌دهد که قابلیت تحلیل به‌صورت یک پروفایل تابعی را دارد. در این پژوهش، به‌منظور بهبود دقت تحلیل و غلبه بر محدودیت روش‌های متداول مبتنی بر چند نقطه شاخص، از رویکرد پروفایل‌های چندجمله‌ای متعامد برای مدل‌سازی و تحلیل کامل منحنی رئومتر استفاده شد. این رویکرد با تبدیل مدل چندجمله‌ای معمولی به فرم متعامد، همبستگی میان ضرایب مدل را کاهش داده و امکان تحلیل مستقل و پایدارتر پارامترهای فرآیند را فراهم می‌کند. مطالعه موردی بر روی داده‌های حاصل از فرآیند تولید نوار لاستیکی خودرو انجام شد و نتایج نشان داد که در ناحیه آغاز پخت، از چهار نمونه موردبررسی، دو نمونه در محدوده کنترل و دو نمونه خارج از حدود کنترل قرار گرفتند. همچنین، در ناحیه تکمیل پخت، تنها یک نمونه در محدوده کنترل قرار داشت، درحالی‌که سه نمونه به‌عنوان خارج از کنترل شناسایی شدند. این نتایج بیانگر آن است که روش پیشنهادی، با بهره‌گیری از کل پروفایل رئومتر، نسبت به روش‌های مبتنی بر نقاط شاخص، حساسیت بیشتری در شناسایی تغییرات فرآیند داشته و اطلاعات جامع‌تر و دقیق‌تری از رفتار پخت آمیزه‌های لاستیکی ارائه می‌دهد. ازاین‌رو، روش پیشنهادی می‌تواند به‌عنوان ابزاری مؤثر در پایش کیفیت فرآیند پخت، ارزیابی عملکرد دستگاه رئومتر و پشتیبانی از تصمیم‌گیری در کنترل کیفیت صنایع لاستیک مورداستفاده قرار گیرد.

۱- مقدمه

در طی چند دهه گذشته، ارزیابی خواص ویسکوالاستیک و رفتارهای آمیزه‌های لاستیکی در طول فرآیند ولکانیزاسیون، نقشی کلیدی در تضمین کیفیت محصولات نهایی ایفا کرده است. در این میان، پخت‌سنج با دیسک نوسانگر[1] به‌عنوان یکی از اولین ابزارهای سریع، دسترس‌پذیر و کاربردی برای بررسی این خواص و رفتارهای پخت کامپاند شناخته‌شده است. گرچه در سال‌های اخیر سنجافزارهای پیشرفته‌تر و مدرن‌تری نظیر رئومترهای با قالب لرزان[2] بر اساس استانداردهای بین‌المللی (نظیر ASTM

[1] Oscillating Disk Rheometer (ODR)

[2] Moving Die Rheometer (MDR)

* نویسنده مسئول؛

آدرس پست الکترونیک: nsafaie@kntu.ac.ir

D2084) توسعه‌یافته و به دلیل دقت بالاتر در انتقال حرارت و حذف پدیده لغزش دیسک به کار گرفته‌شده‌اند [۱, ۲]، اما اصول تحلیل نمودار گشتاور_زمان همچنان پایه و اساس بخش کنترل کیفیت در صنعت لاستیک را تشکیل می‌دهد.

نمودار رئومتر یا پروفایل پخت‌سنج، خروجی مستقیم حاصل از این دستگاه‌ها است که تغییرات مقاومت برشی و گشتاور نمونه کامپاند را به‌عنوان تابعی از زمان در یک دمای مشخص ثبت می‌کند. در رویکردهای سنتی و مرسوم صنعتی، تصمیم‌گیری در مورد کیفیت فرآیند پخت -که یکی از حیاتی‌ترین پارامترهای مؤثر بر خواص مکانیکی، سختی و عملکردی نهایی لاستیک است- تنها بر اساس چند نقطه شاخص، گسسته و مشخص از منحنی صورت می‌گیرد. این نقاط کلیدی معمولاً شامل زمان آغاز برشتگی یا شروع پخت T_0 یا T_{s2}، گشتاورهای حداقل و حداکثر M_L و M_H و درنهایت زمان تکمیل پخت T_{90} به‌عنوان معیار بهینه‌سازی زمان قالب‌گیری هستند [۱, ۳].

بااین‌حال، نگاه سنتی و اکتفا به چند نقطه مجزا مکرراً منجر به از دست‌رفتن اطلاعات رفتاری بسیار مهمی در طول فاز صعودی و نزولی منحنی پخت می‌گردد. کل منحنی گشتاور-زمان حاوی متغیرهای پنهانی نظیر نرخ پخت میکروسینتیکی، پدیده‌های برگشت پخت[1] در اثر تخریب شبکه‌های گوگردی و رفتارهای جریانی پیچیده ناشی از اثرات گرمایش برشی در فرآیندهای قالب‌گیری تزریقی است [۴, ۵]. تحقیقات نشان می‌دهند که حضور فیلرها و افزودنی‌های مختلف مانند دوده، خاک رس اصلاح‌شده[2] یا کربن بلک به‌شدت شکل و دینامیک کل منحنی رئوگراف را تغییر می‌دهند، پدیده‌ای که نمی‌توان آن را صرفاً با پایش دو نقطه T_0 و T_{90} ردیابی کرد [۳, ۶]. از سوی دیگر، کیفیت یک محصول فرآیندی کاملاً چندمتغیره است و غالباً حاصل همبستگی متقابل میان چندین مشخصه پیوسته در هر نمونه‌گیری است. به‌منظور پایش ساختاریافته این تغییرات همزمان، روش‌های کنترل فرآیند آماری چندمتغیره[3] نظیر نمودارهای کنترل T^2 هتلینگ توسعه‌یافته‌اند که از آن جمله می‌توان به مطالعات مبنایی فاکس و همکاران [۲] و میسان و همکاران [۸] در فاز مدل‌سازی چندمتغیره اشاره کرد.

در میان ابزارهای پیشرفته آماری مهندسی، روش «پایش پروفایل[4]» در فازهای کنترل کیفیت مدرن به‌عنوان یک رویکرد بسیار قدرتمند برای مدل‌سازی و پایش فرآیندهایی که ویژگی کیفی آن‌ها به‌جای یک عدد واحد، به‌صورت یک تابع ریاضی، شکل هندسی یا منحنی پیوسته (نظیر نمودار رئومتر) نشان داده می‌شود، اهمیت فزاینده‌ای یافته است [۷]. همان‌طور که وودال و همکاران [۷] در مطالعات خود تبیین نموده‌اند، از روش پروفایل‌ها می‌توان هم در فاز کالیبراسیون و هم در فاز پایش آنلاین استفاده کرد؛ به‌طوری‌که در بعضی کاربردهای ساده یک مدل خطی کفایت می‌کند، اما در سناریوهای پیچیده‌تر صنعتی، مدل‌های ساختاری مرتبه بالاتر ضرورت می‌یابند. با وجود پیشرفت‌های قابل‌توجه در زمینه پایش آماری پروفایل‌ها و توسعه روش‌های مبتنی بر داده‌های تابعی، اغلب مطالعات انجام‌شده در حوزه صنعت لاستیک همچنان بر تحلیل چند شاخص گسسته از منحنی رئومتر متمرکز هستند و از اطلاعات موجود در کل پروفایل گشتاور_زمان بهره نمی‌گیرند. همچنین، کاربرد مدل‌های پروفایل چندجمله‌ای متعامد برای پایش آماری منحنی‌های رئومتر تاکنون کمتر موردتوجه قرار گرفته است. این خلأ پژوهشی، ضرورت توسعه یک چارچوب مبتنی بر کل پروفایل را برای پایش دقیق‌تر فرآیند پخت لاستیک آشکار می‌سازد.

با ورود فناوری‌های مدرن حسگر و سیستم‌های کلان‌داده به محیط تولید، حجم داده‌های ثبت‌شده از فرآیندها بسیار انبوه، غیرخطی و وابسته به یکدیگر شده است. در همین راستا، توسعه روش‌های پایش چندجمله‌ای پویا با پاسخ‌های صفت و ساختارهای همبستگی درون‌پروفایلی موردتوجه قرار گرفته است تا فرضیات ساده‌انگارانه استقلال داده‌ها بازنگری شود [۸]. علاوه‌بر این، در محیط‌های عملیاتی فاز دو، استفاده از رویکردهای غیرپارامتری و پیشرفته آماری مانند نمودارهای کنترل میانگین متحرک موزون هندسی تابعی[5] ابداع شده‌اند که با در نظر گرفتن کل منحنی به‌عنوان یک شیء تابعی واحد، توانایی بالایی در تشخیص انحرافات بسیار کوچک و شیفت‌های تدریجی در سیستم دارند [۹]. این روند تنها به پایش داده‌های تابعی محدود نبوده است. در سال‌های

[1] Reversion
[2] Organically Modified Montmorillonite (OMMT)
[3] Multivariate Statistical Process Control (MSPC)
[4] Profile Monitoring
[5] Functional Exponentially Weighted Moving Average (Functional EWMA)

اخیر، نمودارهای کنترل حافظه‌دار نظیر EWMA و CUSUM در حوزه‌های مختلف پایش عملکرد نیز مورد استفاده قرار گرفته‌اند. برای مثال، گل‌محمدی و همکاران (۲۰۲۵) با به‌کارگیری این نمودارها در پایش زمان‌بندی پروژه بر پایه روش Earned Schedule نشان دادند که نمودارهای حافظه‌دار نسبت به نمودارهای کلاسیک شوهارت حساسیت بیشتری نسبت به انحرافات کوچک داشته، هشدارهای کاذب کمتری تولید می‌کنند و امکان تشخیص سریع‌تر تغییرات تدریجی را فراهم می‌آورند. این نتایج نشان‌دهنده قابلیت تعمیم رویکردهای مبتنی بر حافظه به طیف وسیعی از مسائل پایش آماری است و انگیزه استفاده از آن‌ها در فرآیندهای مهندسی پیچیده را تقویت می‌کند [۱۰].

از سوی دیگر، با چالش عدم توازن داده‌ها و وجود متغیرهای کمکی پویا و متغیر با زمان[1] مانند نوسانات دمای قالب یا نرخ انتقال حرارت مواجه هستیم. تحقیقات اخیر با بکارگیری ابزارهای ناپارامتری پیشرفته مانند فرآیندهای گاوسی[2] نشان داده‌اند که می‌توان بدون نیاز به انتظار برای اتمام کامل فرآیند و ثبت کل منحنی، آنومالی‌های کیفی را به شکل «نقطه‌به‌نقطه[3]» در لحظه وقوع در طول زمان فرآیند پایش و شناسایی کرد [۱۱]. روش‌های تشخیص تفاضلی و ساختارهای مبتنی بر شناسایی نقاط تغییر[4] در فاز دو نمودارهای EWMA خطی و چندجمله‌ای نیز گامی استوار در جهت تشخیص سریع زمان و علت دقیق خروج فرآیند از حالت کنترل برداشته‌اند [۱۲].

با توجه به ماهیت غیرخطی، حساس و پیچیده نمودار رئومتر در فرآیند پخت لاستیک و وابستگی شدید آن به شرایط ترمودینامیکی، شرایط اکستروژن و فاکتورهای سینتیکی [۴, ۵, ۱۳]، مدل‌سازی ریاضی کل منحنی گشتاور –زمان بدون حذف اطلاعات فواصل زمانی میان پخت، یک ضرورت کتمان‌ناپذیر است. در این مقاله سعی شده است با بکارگیری پروفایل‌های چندجمله‌ای و به‌طور تخصصی با استفاده از روش چندجمله‌ای‌های متعامد، کل نمودار رئومتر در صنعت لاستیک به‌عنوان یک ساختار پیوسته و ماتریسی موردبررسی و پایش آماری قرار گیرد. این رویکرد ضمن حفظ اطلاعات کامل فرآیند ولکانیزاسیون و در نظر گرفتن اصول کالیبراسیون و همبستگی ویژگی‌های منحنی، هماهنگ با روش‌های نوین پایش فاز دو آماری، قابلیت تشخیص به‌موقع، کاهش ضایعات تولید و تحلیل دقیق‌تر تغییرات ناخواسته در کیفیت آمیزه‌های لاستیکی را نسبت به روش‌های سنتی نقطه‌ای فراهم می‌آورد.

۲- روش پروفایل خطی و غیرخطی

به‌طورکلی، تحلیل پروفایل‌ها در کنترل کیفیت آماری در دو فاز اصلی موردبررسی قرار می‌گیرد. در فاز اول تمرکز بر ارزیابی پایداری فرآیند، شناسایی الگوهای غیرعادی اولیه و برآورد پارامترهای مدل است. در این مرحله، داده‌های تاریخی فرآیند مورد تحلیل قرار می‌گیرند تا وضعیت کلی سیستم مشخص‌شده و در صورت وجود ناپایداری یا انحراف سیستماتیک، اصلاحات لازم پیش از ورود به مرحله پایش برخط انجام شود. در مقابل، فاز دوم به پایش آنلاین فرآیند اختصاص دارد و هدف اصلی آن شناسایی سریع تغییرات یا انحرافات احتمالی در پارامترهای مدل در زمان واقعی است [۱۴].

در بسیاری از کاربردهای صنعتی، زمانی که رابطه بین متغیر پاسخ و متغیر مستقل دارای ماهیت غیرخطی باشد، استفاده از مدل‌های چندجمله‌ای یکی از رویکردهای رایج برای مدل‌سازی این نوع روابط محسوب می‌شود. در این حالت، ساختار کلی مدل به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$y = A_0 + A_1X + A_2X^2 + \cdots + A_kX^k + \varepsilon \quad (۱)$$

در این رابطه، $A_0, A_1, \ldots, A_k$ ضرایب مدل بوده و نقش هر یک در توصیف رفتار سیستم متفاوت است. همچنین k نشان‌دهنده درجه چندجمله‌ای است که میزان انعطاف‌پذیری مدل را تعیین می‌کند. جمله ε نیز بیانگر خطای تصادفی با فرض توزیع نرمال، میانگین صفر و واریانس ثابت است [۱۴].

[1] Time-varying Covariates
[2] Gaussian Process
[3] Pointwise Profile Monitoring
[4] Change-point detection

یکی از چالش‌های مهم در استفاده از مدل‌های چندجمله‌ای، وجود همبستگی شدید میان توان‌های مختلف متغیر مستقل X است. این مسئله می‌تواند موجب ناپایداری در برآورد ضرایب، افزایش واریانس تخمین‌ها و کاهش دقت مدل شود. به همین دلیل، در بسیاری از کاربردهای کنترل کیفیت آماری، از تبدیل مدل به فرم چندجمله‌ای‌های متعامد استفاده می‌شود که در آن همبستگی بین اجزای مدل کاهش‌یافته و امکان تحلیل مستقل هر پارامتر فراهم می‌گردد [۱۵].

از منظر کاربردی، روش‌های مختلفی برای پایش و کنترل پروفایل‌ها توسعه‌یافته‌اند که هر یک با توجه به ماهیت داده‌ها و هدف تحلیل مورداستفاده قرار می‌گیرند. از مهم‌ترین این روش‌ها می‌توان به نمودارهای کنترل چندمتغیره برای پایش همزمان چند پارامتر و روش‌های EWMA برای حساسیت بالا نسبت به تغییرات تدریجی اشاره کرد [۱۶]. همچنین توسعه این روش‌ها در فاز دوم پایش، نقش مهمی در شناسایی تغییرات کوچک و پیوسته در فرآیند دارد.

در مجموع، استفاده از رویکرد پروفایل‌های چندجمله‌ای در کنار ابزارهای کنترل آماری این امکان را فراهم می‌سازد که به‌جای اتکا بر چند شاخص محدود، کل رفتار تابعی فرآیند مورد تحلیل قرار گیرد. این موضوع منجر به افزایش دقت در پایش کیفیت و بهبود قابلیت تشخیص تغییرات پنهان در فرآیند می‌شود.

۳- روش چندجمله‌ای متعامد

در این روش استفاده از رگرسیون چندجمله‌ای متعامد به‌منظور بررسی کردن پروفایل‌های چندجمله‌ای در فاز دوم پیشنهادشده است. در این روش برای گام نخست می‌بایست رگرسیون چندجمله‌ای به یک مدل رگرسیون چندجمله‌ای متعامد تبدیل شود که در این حالت پارامترهای رگرسیون مستقل خواهند شد و بررسی جداگانه آنها امکان‌پذیر می‌شود. نکته مهم در استفاده از این روش آن است که مرتبه رگرسیون چندجمله‌ای (k) نباید خیلی بزرگ باشد اگر k خیلی بزرگ باشد، استفاده از این روش کمی مشکل خواهد بود و این به دلیل آن است که باید تعداد زیادی از نمودارهای کنترلی موردبررسی قرار بگیرد. مونتگومری این موضوع را به‌صورت قانون عمومی مطرح نموده است که می‌بایست از استفاده نمودن چندجمله‌ای درجه بالا ($k>2$) اجتناب نمود مگر آنکه آن بتواند نقاط نواحی خارجی را توجیه نماید آنها بر این اعتقاد بودند که متغیرهای تغییریافته در مقایسه با مدل‌های دارای درجه بالاتر در ماتریس اصلی همیشه دارای قابلیت ارجح بودن هستند و اصل کاهش هزینه همیشه باقی می‌ماند [۱۷].

در شرایط تحت کنترل مدل اصلی و مدل تغیر شکل یافته در فاز دوم به‌صورت زیر هستند:

$$y_{ij} = A_0 + A_1 x_i + A_2 x_i^2 + \cdots + A_k x_i^k + \varepsilon_{ij} \quad (۲)$$
$$i = 1,2,\dots,n \; j = 1,2,\dots$$

$$y_{ij} = B_0 p_0(x_i) + B_1 p_1(x_i) + B_2 p_2(x_i) + \cdots + B_k p_k(x_i) + \varepsilon_{ij} \quad (۳)$$
$$i = 1,2,\dots,n \; j = 1,2,\dots$$

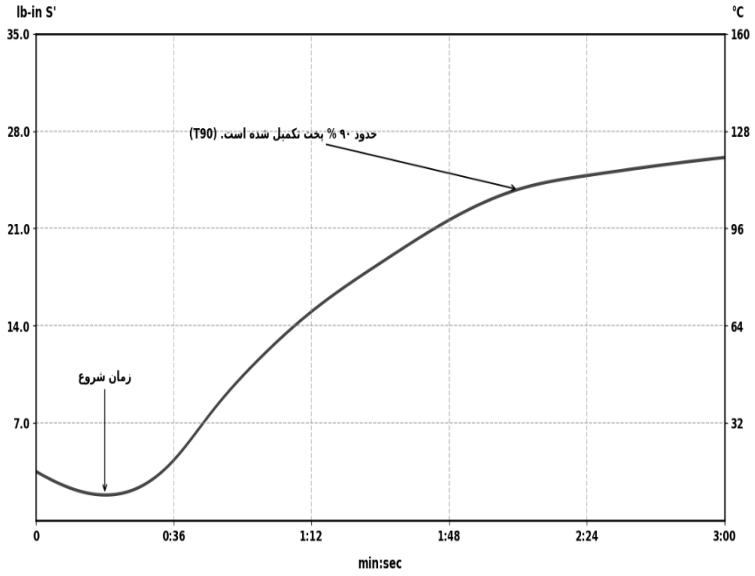
در معادله (۳) $p_u(x_i)$، uامین مرتبه چندجمله‌ای متعامد است که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\sum_{i=1}^{n} p_r(x_i) p_s(x_i) = 0 \;\; r \neq s \,, r,s = 0,\dots,k \quad (۴)$$
$$p_0(x_i) = 1 \; i = 1,2,\dots,n$$

سپس معادله به شکل $Y_j = XB_j + \varepsilon_{ij}$ تبدیل می‌شود، ازاین‌رو برای هر پروفایل ماتریس X را می‌توان به‌صورت زیر تعریف نمود:

$$\begin{bmatrix} p_0(x_1) & p_1(x_1) & \cdots & p_k(x_1) \\ p_0(x_2) & p_1(x_2) & & p_k(x_2) \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ p_0(x_n) & p_1(x_n) & \cdots & p_k(x_n) \end{bmatrix} \quad (۵)$$

به‌منظور آشنایی با رفتار گشتاور در طول فرآیند پخت و نحوه تشکیل پروفایل مورداستفاده در این پژوهش، نمونه‌ای از منحنی گشتاور–زمان رئومتر در شکل ۱ ارائه‌شده است.



شکل ۱ نمونه‌ای از منحنی گشتاور–زمان رئومتر مورداستفاده برای مدل‌سازی پروفایل فرآیند پخت لاستیک

تخمین‌زننده‌های کمترین مربعات $\hat{B}_{lj}$ به‌وسیله معادله زیر قابل‌محاسبه هستند:

$$\hat{B}_{lj} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_l(x_i) y_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} p_l^2(x_i)} \qquad j = 1,2,\ldots \quad l = 0,1,\ldots,k \quad (۶)$$

مقدار و واریانس مورد انتظار $\hat{B}_{lj}$، طراحی نمودار کنترل را ضروری می‌سازد. مقدار مورد انتظار $\hat{B}_{lj}$ با استفاده از معادله (۷) قابل‌محاسبه است:

$$E(\hat{B}_{lj}) = E\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} p_l(x_i) y_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} p_l^2(x_i)}\right) = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left[p_l(x_i)\left(\sum_{l=0}^{k} B_l p_l(x_i)\right)\right]}{\sum_{i=1}^{n} p_l^2(x_i)} \quad (۷)$$

با اعمال معادله (۴) در معادله (۷) مقدار مورد انتظار به‌صورت زیر به تغییر می‌یابد:

$$E(\hat{B}_{lj}) = E\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} p_l^2(x_i)\, B_l}{\sum_{i=1}^{n} p_l^2(x_i)}\right) = B_l \qquad j = 1,2,\ldots \quad l = 0,1,\ldots,k \quad (۸)$$

همچنین $Var(\hat{B}_{lj}) = \sigma^2 (x^T x)^{-1}$ برای واریانس $\hat{B}_{lj}$ محاسبه می‌شود.

ستون‌های ماتریس X متعامد می‌شوند، پس داریم:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} p_0^2(x_i) & \cdots & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^{n} p_1^2(x_i) & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sum_{i=1}^{n} p_k^2(x_i) \end{bmatrix} \quad (۹)$$

ازاین‌رو ماتریس $(x^T x)^{-1}$ به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} p_0^2(x_i)} & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} p_1^2(x_i)} & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} p_k^2(x_i)} \end{bmatrix} \quad (۱۰)$$

در نتیجه

$$Var(\hat{B}_{lj}) = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^{n} p_l^2(x_i)} \quad j = 1,2,\dots \quad l = 0,1,\dots,k \quad (۱۱)$$

پس ε_{ij} دارای توزیع نرمال است ازاین‌رو به‌راحتی می‌توان نشان داد که $\widehat{B}_{lj}$ ها هم دارای توزیع نرمال خواهند بود. بنابراین داریم:

$$\hat{B}_{lj} \sim N\left(B_1, \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^{n} p_l^2(x_i)}\right) \quad j = 1,2,\dots \quad l = 0,1,\dots,k \quad (۱۲)$$

در جریان تبدیل مدل رگرسیون چندجمله‌ای اصلی به مدل رگرسیون چندجمله‌ای متعامد، تخمین‌زننده‌های مستقل پارامترهای رگرسیون به دست آمد. در نتیجه، امکان پایش مستقل هر یک از ضرایب رگرسیون فراهم شد. برای این‌منظور، از نمودارهای کنترل تک‌متغیره EWMA استفاده شد. آماره EWMA برای θ ثابت ($0 < \theta < 1$) تعریف می‌شود. پس از برآورد ضرایب رگرسیون متعامد، پایداری هر یک از این ضرایب با استفاده از این نمودار مورد ارزیابی قرار گرفت. در این رابطه، $EWMA_l(j)$ آماره EWMA برای ضریب l در نمونه j، θ پارامتر هموارسازی و $\hat{B}_{lj}$ مقدار برآوردشده ضریب رگرسیون است. رابطه (۱۳) نحوه محاسبه این آماره را نشان می‌دهد.

$$EWMA_l(j) = \theta\hat{B}_{lj} + (1-\theta)EWMA_l(j-1), j = 1,2,\dots \quad , EWMA_l(0) = B_l \quad (۱۳)$$

پس از محاسبه آماره EWMA، لازم است حدود کنترل برای ارزیابی وضعیت فرآیند تعیین شوند. این حدود بر اساس واریانس آماره‌EWMA، پارامتر هموارسازی (θ) و ضریب کنترل (L) محاسبه می‌شوند و مبنای تشخیص خروج فرآیند از شرایط تحت کنترل را فراهم می‌کنند. همچنین، حدود کنترل به‌گونه‌ای تعیین می‌شوند که مقدار مطلوب ARL_0 در شرایط تحت کنترل حاصل شود. حد کنترل پایین و حد کنترل بالا به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$UCL = B_l + K_l\sqrt{\frac{\theta}{(2-\theta)} \times \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^{n} p_l^2(x_i)}}$$
$$LCL = B_l - K_l\sqrt{\frac{\theta}{(2-\theta)} \times \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^{n} p_l^2(x_i)}} \quad (۱۴)$$

در نهایت از آماره EWMA که بر روش کرودر و همیلتون استوار است [۱۸] در مانیتور کردن واریانس خطا استفاده می‌کنیم ازاین‌رو (به ازای θ همراره ثابت و $(0 < \theta < 1)$) داریم:

$$EWMA_E(j) = max\{\theta(MSE_j - 1) + (1-\theta)EWMA_E(j-1), 0\} \quad (۱۵)$$
$$j = 1,2,\dots, EWMA_l(0) = B_l$$

حد کنترل بالا برای آماره EWMA در معادله (۱۵) به‌صورت زیر قابل‌محاسبه است:

$$UCL = L_E\sqrt{\frac{\theta Var(MSE_j)}{2-\theta}} \quad (۱۶)$$

به ازای $L_E(>0)$ در تعیین ARL تحت کنترل انتخاب‌شده است MSE_j و $Var(MSE_j)$:

$$MSE_j = \sum_{i=1}^{n} e_{ij}^2 \quad (۱۷)$$

$$Var(MSE_j) = Var\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} e_{ij}^2}{n}\right) = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n} Var\left(\frac{e_{ij}}{\sigma}\right)^2 = \frac{\sigma^4}{n^2}\sum_{i=1}^{n} Var(x_1^2) = \frac{2\sigma^4}{n} \quad (۱۸)$$

در معادله (۱۷)، e_{ij} به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$e_{ij} = y_{ij} - \hat{y}_{ij} = y_{ij} - B_0 - B_1 p_1(x_i) - B_2 p_2(x_i) - \cdots - B_k p_k(x_i);\ i = 1,2,\dots,n\ ;\ j = 1,2,\dots \quad (۱۹)$$

رابطه بین پارامترهای رگرسیون در دو مدل اصلی و مدل تغییریافته، برای مدل چندجمله‌ای با مرتبه ۲ می‌توان به‌صورت زیر بیان نمود:

$$y = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + \varepsilon_{ij} \quad (۲۰)$$

$$y = B_0 p_0(x) + B_1 p_1(x) + B_2 p_2(x) + \varepsilon_{ij} \quad (۲۱)$$

چندجمله‌ای متعامد$p_1(x)$ به‌آسانی برای سطوح مساوی از X ایجادشده‌اند [۱۷]، در ابتدا سه چندجمله‌ای متعامد در معادله (۲۱) جانشین می‌شوند پس داریم:

$$y = B_0 + B_1\frac{\lambda_1}{d}(x - \bar{x}) + B_2\lambda_2\left[\left(\frac{x-\bar{x}}{d}\right)^2 - \left(\frac{n^2-1}{12}\right)\right] \quad (۲۲)$$

d بیان‌کننده فاصله بین سطوح x وλ_j با مقداری ثابت هستند با این فرض که چندجمله‌ای‌ها دارای مقادیر صحیح باشند انتخاب می‌شوند. حالا ضرایبx وx^2 را به‌صورت زیر ست می‌کنیم:

$$\begin{aligned} A_2 &= \frac{B_2\lambda_2}{d^2} \\ A_1 &= \frac{B_1\lambda_1}{d} - \frac{2B_2\lambda_2\bar{x}}{d^2} \\ A_0 &= B_0 - \frac{B_1\lambda_1\bar{x}}{d} + \frac{2B_2\lambda_2\bar{x}^2}{d^2} \end{aligned} \quad (۲۳)$$

پارامترهای رگرسیون را که در مدل تغییریافته بر اساس پارامترهای رگرسیون مدل اصلی در معادله قبل استفاده شد محاسبه می‌کنیم ازاین‌رو داریم:

$$\begin{aligned} B_2 &= \frac{A_2 d^2}{\lambda_2} \\ B_1 &= \frac{d}{\lambda_1}(A_1 + 2A_2\bar{x}) \\ B_0 &= A_0 + \bar{x}A_1 + \left[\bar{x}^2 + \left(\frac{n^2-1}{12}\right)d^2\right]A_2 \end{aligned} \quad (۲۴)$$

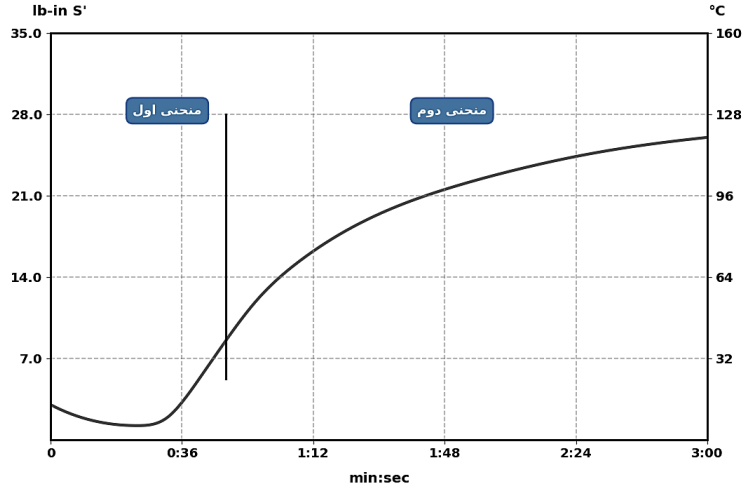
۴- مطالعه موردی: صنعت پلاستیک

به‌منظور ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی، داده‌های واقعی حاصل از آزمون رئومتری در صنعت لاستیک موردبررسی قرار گرفت. آزمون رئومتری یکی از مهم‌ترین آزمون‌های کنترل کیفیت در صنعت لاستیک است که اطلاعات ارزشمندی درباره رفتار پخت آمیزه‌های لاستیکی ارائه می‌دهد. در این آزمون، تغییرات گشتاور برحسب زمان ثبت‌شده و منحنی حاصل بیانگر روند ولکانیزاسیون و تکامل ساختار شبکه‌ای لاستیک است. پارامترهایی نظیر زمان شروع پخت (T_2)، زمان تکمیل پخت (T_{90}) و مقدار گشتاور نهایی از جمله شاخص‌های رایج ارزیابی کیفیت هستند. بااین‌حال، تمرکز صرف بر این نقاط مشخص باعث می‌شود بخش قابل‌توجهی از اطلاعات موجود در منحنی نادیده گرفته شود.

در این پژوهش، کل منحنی رئومتر به‌عنوان یک پروفایل در نظر گرفته‌شده و به‌جای استفاده از چند شاخص محدود، تمامی اطلاعات موجود در منحنی مورد استفاده قرارگرفته است. با توجه به شکل منحنی و به‌منظور اجتناب از استفاده از مدل‌های

چندجمله‌ای با مرتبه بالا، منحنی به دو بخش مجزا تقسیم شد. بخش اول مربوط به ناحیه آغاز فرآیند پخت و بخش دوم مربوط به ناحیه تکمیل پخت و رسیدن به گشتاور نهایی است.

جهت بررسی منحنی رئومتر همان‌طور که در بالا بیان شد به‌منظور سادگی و همچنین با توجه به قانون عمومی مونتگومری مبنی بر آنکه اگر درجه تابع افزایش یابد تعداد نمودارهای کنترلی مورد بررسی نیز افزایش می‌یابد و این موضوع کمی مشکل خواهد بود [۱۷]، ازاین‌رو نمودار رئومتر خروجی از دستگاه رئومتر را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم تا دو منحنی درجه دوم داشته باشیم و هر یک از دو منحنی را به‌صورت جداگانه موردبررسی قرار می‌دهیم. نحوه این تقسیم‌بندی در شکل ۲ نشان داده‌شده است.



شکل ۲ تقسیم منحنی رئومتر به دو ناحیه شامل ناحیه آغاز پخت و ناحیه تکمیل پخت برای مدل‌سازی پروفایل

در مرحله نخست، برای دو ناحیه منحنی رئومتر در شرایط پایدار، پارامترهای مدل رگرسیون برآورد شدند. با توجه به اینکه در آزمون رئومتر، گشتاور تابعی از زمان است، مدل رگرسیون مربوط به هر یک از دو ناحیه به‌ترتیب مطابق روابط (۲۴) و (۲۵) ارائه‌شده است:

$$lb = 3.507 - 0.2782(t) + 0.00895(t^2)\ t \geq 0 \quad (۲۵)$$

$$lb = 1.548 + 0.2834(t) - 0.00082(t^2)\ t \geq 0, \quad (۲۶)$$

پس از استخراج مدل‌های اولیه، فرآیند پایش آماری بر مبنای ضرایب رگرسیون متعامد انجام شد.

۴-۱ تحلیل ناحیه آغاز پخت

مرحله ۱: به‌منظور محاسبه مقادیر پارامترهای تغییر شکل یافته همان‌طور که پیش‌ازاین آمد مقدار d را که بیان‌کننده فاصله بین سطوح t است را ۲ می‌گیریم (d=2) و مقادیر ثابت‌های λ_j را شامل $\lambda_1 = 2\ , \lambda_2 = 0.5$ در نظر می‌گیریم [۱۷] همچنین با توجه به معادله ۲۱ و ۲۲ مقادیر $p_i(t)$ها محاسبه‌شده که در جدول ۱ آمده که در آن t نمایانگر مدت‌زمان برحسب ثانیه پس از شروع فرایند پخت است:

جدول ۱ داده‌های مربوط به منحنی ۱ در شرایط تحت کنترل

t (ثانیه)	گشتاور (lb)	$p_0(t)$	$p_1(t)$	$p_2(t)$	t (ثانیه)	گشتاور (lb)	$p_0(t)$	$p_1(t)$	$p_2(t)$
۱	۳.۱۰۷	۱	-۲۵	۵۰	۲۷	۲.۳۴	۱	۱	-۲۸
۳	۲.۴۵۹	۱	-۲۳	۳۸	۲۹	۲.۶۵۳	۱	۳	-۲۷
۵	۲.۱۵۵	۱	-۲۱	۲۷	۳۱	۳.۱۸۵	۱	۵	-۲۵
۷	۱.۹۳	۱	-۱۹	۱۷	۳۳	۳.۷۱۵	۱	۷	-۲۲
۹	۱.۸۰۰	۱	-۱۷	۸	۳۵	۴.۵۱۹	۱	۹	-۱۸

t (ثانیه)	گشتاور (lb)	$p_0(t)$	$p_1(t)$	$p_2(t)$	t (ثانیه)	گشتاور (lb)	$p_0(t)$	$p_1(t)$	$p_2(t)$
۱۱	۱.۷۲۱	۱	-۱۵	۰	۳۷	۵.۱۱۲	۱	۱۱	-۱۳
۱۳	۱.۶۹۳	۱	-۱۳	-۷	۳۹	۶.۲۶۳	۱	۱۳	-۷
۱۵	۱.۶۷۵	۱	-۱۱	-۱۳	۴۱	۷.۲۱۲	۱	۱۵	۰
۱۷	۱.۶۷۵	۱	-۹	-۱۸	۴۳	۶.۱۹۹	۱	۱۷	۸
۱۹	۱.۷۲۷	۱	-۷	-۲۲	۴۵	۹.۵۱۶	۱	۱۹	۱۷
۲۱	۱.۸۱۴	۱	-۵	-۲۵	۴۷	۱۰.۴۷۰	۱	۲۱	۲۷
۲۳	۱.۹۰۱	۱	-۳	-۲۷	۴۹	۱۱.۵۷۵	۱	۲۳	۳۸
۲۵	۲.۱۲۴	۱	-۱	-۲۸	۵۱	۱۲.۳۰۴	۱	۲۵	۵۰

حدود کنترل پارامترهای مدل، که بر اساس داده‌های جدول ۱ محاسبه شده‌اند، در جدول ۲ ارائه شده است. پارامترهای B_0، B_1 و B_2 به ترتیب بیانگر سطح میانگین، روند خطی و انحنای منحنی گشتاور در ناحیه آغاز پخت هستند. برای انحراف استاندارد تنها حد بالا تعیین شده است، زیرا فقط افزایش پراکندگی نشان‌دهنده وضعیت خارج از کنترل است. این حدود مبنای مقایسه آماره‌های نمونه‌های جدید در مراحل بعد قرار می‌گیرند.

جدول ۲ حدود کنترل برای هر یک از پارامترها

پارامتر	LCL	UCL
B_0	۴.۱۳۵	۴.۵۴۰
B_1	۰.۱۷۴	۰.۲۰۱
B_2	۰.۰۶۴	۰.۰۸۰
انحراف استاندارد	-	۰.۳۳۲

با استفاده از داده‌های جداول فوق و روابط ارائه‌شده در بخش قبل، مدل رگرسیون متعامد برای ناحیه آغاز پخت به دست آمد.

مرحله ۲: پس از تعیین مدل رگرسیون متعامد، با استفاده از روابط (۱۴) و (۱۶)، حدود کنترل برای هر یک از ضرایب مدل محاسبه شد.

$$y = 4.338p_0(t) + 0.187\,p_1(t) + 0.0716\,p_2(t) + \varepsilon_{ij} \quad (۲۷)$$

مرحله ۳: شروع بررسی فرایند و گرفتن نمونه‌های دیگر y_{ij}، با مقدار ثابت t_i و i =۱,۲,...,۲۶.

در این مرحله نمونه‌های انفرادی از فرایند گرفته می‌شود. سپس با استفاده از معادلات (۸) ، (۱۳) و (۱۵) آماره را محاسبه نموده و آن‌ها را به‌صورت نظیر به نظیر با حدود کنترل مقایسه می‌کنیم. این مرحله تا زمانی که یک تغییر خارج از کنترل ثبت شود ادامه می‌یابد، در این هنگام اقدامات اصلاحی ضروری خواهد بود.

داده‌های این منحنی برای ۴ نمونه گرفته شد که در جدول ۳ آمده است:

جدول ۳ داده‌های مربوط به منحنی ۱ برای ۴ نمونه

t (ثانیه)	گشتاور (lb)				t (ثانیه)	گشتاور (lb)			
	نمونه ۱	نمونه ۲	نمونه ۳	نمونه ۴		نمونه ۱	نمونه ۲	نمونه ۳	نمونه ۴
۱	۲.۸۷۳	۳.۲۱۱	۳.۲۳۷	۲.۶۱۲	۲۷	۲.۲۲۲	۲.۳۹۵	۲.۴۰۴	۱.۵۸۸
۳	۲.۳۸۷	۲.۴۹۱	۲.۵۰۰	۲.۱۵۲	۲۹	۲.۴۸۲	۲.۷۲۵	۲.۷۵۱	۱.۶۵۸
۵	۲.۰۶۶	۲.۱۸۷	۲.۲۱۳	۱.۸۹۲	۳۱	۲.۹۹۴	۳.۲۵۵	۳.۳۰۷	۱.۷۷۹
۷	۱.۸۴۹	۱.۹۵۳	۱.۹۸۸	۱.۷۷۹	۳۳	۳.۵۰۶	۳.۷۶۷	۳.۸۷۱	۱.۸۹۲
۹	۱.۷۳۶	۱.۸۱۴	۱.۸۴۹	۱.۶۱۴	۳۵	۴.۱۰۵	۴.۶۵۲	۴.۸۰۰	۲.۰۳۱
۱۱	۱.۶۴۰	۱.۷۷۱	۱.۷۵۳	۱.۵۴۵	۳۷	۴.۸۲۶	۵.۱۸۲	۵.۳۲۹	۲.۲۳۹
۱۳	۱.۶۲۳	۱.۷۴۵	۱.۷۱۰	۱.۵۰۲	۳۹	۵.۹۱۹	۶.۳۲۷	۶.۵۴۴	۲.۵۲۶

گشتاور (lb)				t (ثانیه)	گشتاور (lb)				t (ثانیه)
نمونه ۴	نمونه ۳	نمونه ۲	نمونه ۱		نمونه ۴	نمونه ۳	نمونه ۲	نمونه ۱	
۲.۷۷۷	۷.۵۴۲	۷.۲۷۳	۶.۸۲۲	۴۱	۱.۴۷۵	۱.۷۱۰	۱.۷۱۸	۱.۵۹۷	۱۵
۳.۲۲۰	۸.۵۴۰	۸.۲۵۴	۱.۸۰۳	۴۳	۱.۴۷۵	۱.۷۱۰	۱.۷۱۸	۱.۵۹۷	۱۷
۳.۵۶۷	۹.۹۱۳	۹.۵۵۶	۹.۰۷۹	۴۵	۱.۴۷۵	۱.۷۵۳	۱.۷۸۸	۱.۶۴۰	۱۹
۳.۹۶۶	۱۰.۸۶۶	۱۰.۵۱۱	۱۰.۰۳۳	۴۷	۱.۴۷۵	۱.۸۶۶	۱.۸۸۳	۱.۶۹۲	۲۱
۴.۵۳۹	۱۱.۷۶۹	۱۱.۷۱۷	۱۱.۲۴۰	۴۹	۱.۴۷۵	۱.۹۱۸	۱.۹۷۹	۱.۸۰۵	۲۳
۴.۸۴۳	۱۲.۶۰۲	۱۲.۵۳۳	۱۱.۷۷۸	۵۱	۱.۵۱۹	۲.۱۹۶	۲.۱۶۱	۲.۰۱۴	۲۵

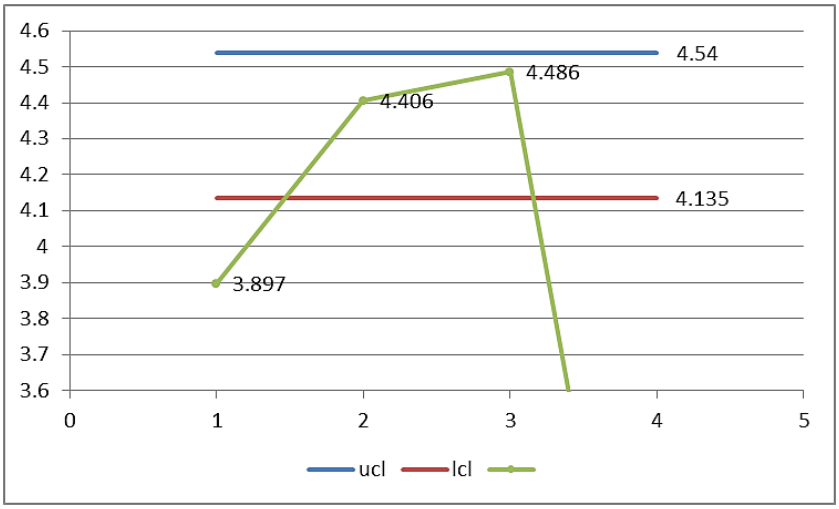
آماره را با استفاده از معادلات ۸ و ۱۳ و ۱۵ و ۱۷ محاسبه می‌کنیم که این آماره به‌طور خلاصه در جدول ۴ آمده است:

جدول ۴ آماره محاسبه‌شده برای ۴ نمونه

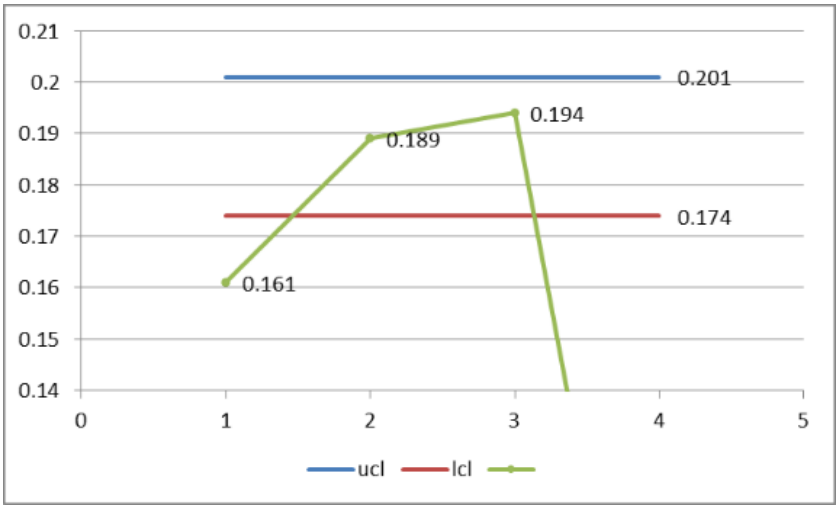
j	۱	۲	۳	۴
$\hat{B}_{0j}$	۳.۸۹۷	۴.۴۰۶	۴.۴۸۶	۲.۲۵۴
$EWMA_0(j)$	۳.۸۹۷	۳.۹۹۹	۴.۰۹۶	۳.۷۲۸
$\hat{B}_{1j}$	۰.۱۶۱	۰.۱۸۹	۰.۱۹۴	۰.۰۴۵
$EWMA_1(j)$	۰.۱۸۲	۰.۱۸۳	۰.۱۸۶	۰.۱۵۸
$\hat{B}_{2j}$	۰.۰۶۶	۰.۰۷۲	۰.۰۷۳	۰.۰۲۷
$EWMA_2(j)$	۰.۰۷۱	۰.۰۷۱	۰.۰۷۱	۰.۰۶۳
MSE_j	۱.۶۴۶	۰.۰۵۸	۰.۰۹۵	۱۰.۱۰۶
$EWMA_E(j)$	۰.۱۲۹	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۱.۸۲۱

اطلاعات جدول ۴ نشان می‌دهد که نمونه‌های ۲ و ۳ در حدود کنترل قرارگرفته است؛ ولی نمونه ۱ و ۴ شرایط خارج از حدود کنترل را نشان می‌دهد. بنابراین باید برای نمونه‌های ۱ و ۴ اقدام اصلاحی اندیشیده شود.

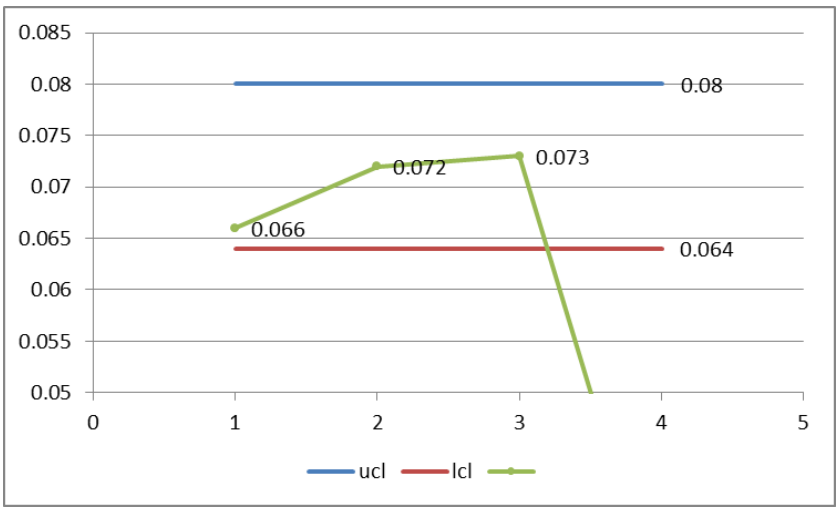
برای ارزیابی وضعیت ضرایب متعامد در ناحیه آغاز پخت، نمودارهای کنترل EWMA مربوط به ضرایب B_0، B_1 و B_2 به‌ترتیب در شکل‌های ۳، ۴و ۵ ارائه‌شده‌اند.



شکل ۳ نمودار کنترل EWMA برای ضریب متعامد B_0 در ناحیه آغاز پخت



شکل ۴ نمودار کنترل EWMA برای ضریب متعامد B_1 در ناحیه آغاز پخت



شکل ۵ نمودار کنترل EWMA برای ضریب متعامد B2 در ناحیه آغاز پخت

نتایج نشان داد که برخی نمونه‌ها در محدوده کنترل قرار داشته و رفتار آن‌ها با وضعیت پایدار فرآیند سازگار است، درحالی‌که تعدادی از نمونه‌ها از حدود کنترل عبور کرده‌اند. این موضوع نشان‌دهنده وجود تغییر در شکل پروفایل و احتمال وقوع انحراف در فرآیند پخت است.

۴-۲ تحلیل منحنی تکمیل پخت

مرحله ۱: در این مرحله به محاسبه پارامترهای رگرسیون تغییر شکل یافته می‌پردازیم به این منظور به ازای $\lambda_2 = 3, d =$ $1\lambda_1 = 2,$ و همچنین با توجه به معادله (۲۱) و (۲۲) مقادیر $p_i(t)$ ها محاسبه‌شده که در جدول ۵ آمده که t برابر است با مدت‌زمان برحسب ثانیه پس از شروع فرایند پخت:

جدول ۵ داده‌های مربوط به منحنی ۲ در شرایط تحت کنترل

t (ثانیه)	گشتاور (lb)	$p_0(t)$	$p_1(t)$	$p_2(t)$	t (ثانیه)	گشتاور (lb)	$p_0(t)$	$p_1(t)$	$p_2(t)$
۵۳	۱۳.۲۲۷	۱.۰۰۰	-۴۲.۰۰۰	۲۸۷.۰۰۰	۱۱۹	۲۳.۴۹۵	۱.۰۰۰	۲.۰۰۰	-۱۵۳.۰۰۰
۵۶	۱۴.۱۳۷	۱.۰۰۰	-۴۰.۰۰۰	۲۴۶.۰۰۰	۱۲۲	۲۳.۷۲۹	۱.۰۰۰	۴.۰۰۰	-۱۵۰.۰۰۰
۵۹	۱۵.۱۲۲	۱.۰۰۰	-۳۸.۰۰۰	۲۰۷.۰۰۰	۱۲۵	۲۳.۹۴۱	۱.۰۰۰	۶.۰۰۰	-۱۴۵.۰۰۰
۶۲	۱۵.۹۹۸	۱.۰۰۰	-۳۶.۰۰۰	۱۷۰.۰۰۰	۱۲۸	۲۴.۱۳۷	۱.۰۰۰	۸.۰۰۰	-۱۳۸.۰۰۰
۶۵	۱۶.۷۶۸	۱.۰۰۰	-۳۴.۰۰۰	۱۳۵.۰۰۰	۱۳۱	۲۴.۳۳۴	۱.۰۰۰	۱۰.۰۰۰	-۱۲۹.۰۰۰
۶۸	۱۷.۵۹۶	۱.۰۰۰	-۳۲.۰۰۰	۱۰۲.۰۰۰	۱۳۴	۲۴.۴۹۰	۱.۰۰۰	۱۲.۰۰۰	-۱۱۸.۰۰۰

t (ثانیه)	گشتاور (lb)	$p_0(t)$	$p_1(t)$	$p_2(t)$	t (ثانیه)	گشتاور (lb)	$p_0(t)$	$p_1(t)$	$p_2(t)$
۷۱	۱۷.۹۲۶	۱.۰۰۰	-۳۰.۰۰۰	۷۱.۰۰۰	۱۳۷	۲۴.۶۹۸	۱.۰۰۰	۱۴.۰۰۰	-۱۰۵.۰۰۰
۷۴	۱۸.۴۳۷	۱.۰۰۰	-۲۸.۰۰۰	۴۲.۰۰۰	۱۴۰	۲۴.۸۷۸	۱.۰۰۰	۱۶.۰۰۰	-۹۰.۰۰۰
۷۷	۱۸.۸۸۹	۱.۰۰۰	-۲۶.۰۰۰	۱۵.۰۰۰	۱۴۳	۲۵.۰۴۵	۱.۰۰۰	۱۸.۰۰۰	-۷۳.۰۰۰
۸۰	۱۹.۳۹۸	۱.۰۰۰	-۲۴.۰۰۰	-۱۰.۰۰۰	۱۴۶	۲۵.۲۰۲	۱.۰۰۰	۲۰.۰۰۰	-۵۴.۰۰۰
۸۳	۱۹.۷۴۸	۱.۰۰۰	-۲۲.۰۰۰	-۳۳.۰۰۰	۱۴۹	۲۵.۳۰۹	۱.۰۰۰	۲۲.۰۰۰	-۳۳.۰۰۰
۸۶	۲۰.۱۵۹	۱.۰۰۰	-۲۰.۰۰۰	-۵۴.۰۰۰	۱۵۲	۲۵.۴۸۳	۱.۰۰۰	۲۴.۰۰۰	-۱۰.۰۰۰
۸۹	۲۰.۲۱۳	۱.۰۰۰	-۱۸.۰۰۰	-۷۳.۰۰۰	۱۵۵	۲۵.۶۰۴	۱.۰۰۰	۲۶.۰۰۰	۱۵.۰۰۰
۹۲	۲۰.۸۴۷	۱.۰۰۰	-۱۶.۰۰۰	-۹۰.۰۰۰	۱۵۸	۲۵.۷۴۵	۱.۰۰۰	۲۸.۰۰۰	۴۲.۰۰۰
۹۵	۲۱.۲۲۱	۱.۰۰۰	-۱۴.۰۰۰	-۱۰۵.۰۰۰	۱۶۱	۲۵.۸۵۳	۱.۰۰۰	۳۰.۰۰۰	۷۱.۰۰۰
۹۸	۲۱.۵۳۹	۱.۰۰۰	-۱۲.۰۰۰	-۱۱۸.۰۰۰	۱۶۴	۲۵.۹۸۰	۱.۰۰۰	۳۲.۰۰۰	۱۰۲.۰۰۰
۱۰۱	۲۱.۸۸۶	۱.۰۰۰	-۱۰.۰۰۰	-۱۲۹.۰۰۰	۱۶۷	۲۶.۰۸۴	۱.۰۰۰	۳۴.۰۰۰	۱۳۵.۰۰۰
۱۰۴	۲۲.۱۹۶	۱.۰۰۰	-۸.۰۰۰	-۱۳۸.۰۰۰	۱۷۰	۲۶.۱۸۵	۱.۰۰۰	۳۶.۰۰۰	۱۷۰.۰۰۰
۱۰۷	۲۲.۵۰۸	۱.۰۰۰	-۶.۰۰۰	-۱۴۵.۰۰۰	۱۷۳	۲۶.۲۹۳	۱.۰۰۰	۳۸.۰۰۰	۲۰۷.۰۰۰
۱۱۰	۲۲.۷۸۳	۱.۰۰۰	-۴.۰۰۰	-۱۵۰.۰۰۰	۱۷۶	۲۶.۴۰۸	۱.۰۰۰	۴۰.۰۰۰	۲۴۶.۰۰۰
۱۱۳	۲۳.۰۱۵	۱.۰۰۰	-۲.۰۰۰	-۱۵۳.۰۰۰	۱۷۹	۲۶.۵۲۷	۱.۰۰۰	۴۲.۰۰۰	۲۸۷.۰۰۰
۱۱۶	۲۳.۱۷۲	۱.۰۰۰	۰.۰۰۰	-۱۵۴.۰۰۰					

بر اساس این داده‌ها، مدل رگرسیون متعامد مربوط به ناحیه تکمیل پخت استخراج شد.

$$y = 22.252p_0(t) + 0.140\,p_1(t) - 0.007\,p_2(t) + \varepsilon_{ij} \quad (۲۸)$$

مرحله ۲: با استفاده از معادله (۱۴) و (۱۶) حدود کنترل برای هر یک از پارامترها را محاسبه می‌کنیم که در جدول ۶ آمده است:

جدول ۶ حدود کنترل برای هر یک از پارامترها

پارامتر	LCL	UCL
B_0	۲۲.۰۹۴	۲۲.۴۰۹
B_1	۰.۱۳۳	۰.۱۴۶
B_2	-۰.۰۰۸	-۰.۰۰۶
انحراف استاندارد	-	۰.۲۵۸

مرحله ۳: شروع بررسی فرایند و گرفتن نمونه‌های دیگر y_{ij}، با مقدار ثابت x_i و $i = 1,2,\ldots,43$.

در این مرحله نمونه‌های انفرادی از فرآیند گرفته می‌شود. سپس با استفاده از معادلات (۸) و (۱۳) و (۱۵) آماره را محاسبه نموده و آن‌ها را به‌صورت نظیر به نظیر با حدود کنترل مقایسه می‌کنیم. این مرحله تا زمانی که یک تغییر خارج از کنترل ثبت شود ادامه می‌یابد، در این هنگام اقدامات اصلاحی ضروری خواهد بود. داده‌های این منحنی برای ۴ نمونه گرفته شد که در جدول۷ آمده که t برابر است با مدت‌زمان برحسب ثانیه پس از شروع فرایند پخت:

جدول ۷ داده‌های مربوط به منحنی ۱ برای ۳ نمونه دیگر

t (ثانیه)	گشتاور (lb)				t (ثانیه)	گشتاور (lb)			
	نمونه ۱	نمونه ۲	نمونه ۳	نمونه ۴		نمونه ۱	نمونه ۲	نمونه ۳	نمونه ۴
۵۳	۱۲.۷۷۶	۱۳.۲۵۳	۱۳.۶۵۲	۵.۴۲۵	۱۱۹	۲۲.۸۶۱	۲۳.۵۶۴	۲۴.۰۵۹	۱۶.۸۸۱
۵۶	۱۳.۶۷۹	۱۴.۱۸۲	۱۴.۵۵۵	۶.۱۰۲	۱۲۲	۲۳.۰۹۶	۲۳.۷۹۹	۲۴.۲۹۳	۱۷.۰۸۹
۵۹	۱۴.۶۵۹	۱۵.۱۸۰	۱۵.۵۲۶	۷.۰۵۶	۱۲۵	۲۳.۳۰۴	۲۳.۹۹۰	۲۴.۵۲۸	۱۷.۲۸۰
۶۲	۱۵.۶۳۱	۱۵.۹۹۵	۱۶.۳۶۹	۷.۷۲۵	۱۲۸	۲۳.۴۸۶	۲۴.۲۱۵	۲۴.۷۱۰	۱۷.۴۶۳
۶۵	۱۶.۱۹۶	۱۶.۸۵۵	۱۷.۲۵۴	۸.۵۶۶	۱۳۱	۲۳.۶۹۴	۲۴.۴۰۶	۲۴.۹۰۱	۱۷.۶۲۸

گشتاور (lb)					t (ثانیه)	گشتاور (lb)				t (ثانیه)
نمونه ۴	نمونه ۳	نمونه ۲	نمونه ۱			نمونه ۴	نمونه ۳	نمونه ۲	نمونه ۱	
۱۷.۸۳۶	۲۵.۰۶۶	۲۴.۵۱۹	۲۳.۸۸۵		۱۳۴	۹.۵۲۱	۱۸.۳۶۵	۱۷.۵۰۶	۱۶.۹۱۶	۶۸
۱۷.۹۵۷	۲۵.۲۴۸	۲۴.۷۲۷	۲۴.۱۲۰		۱۳۷	۱۰.۲۵۹	۱۸.۳۶۵	۱۸.۰۶۲	۱۷.۳۵۰	۷۱
۱۸.۱۶۶	۲۵.۴۱۳	۲۴.۹۱۸	۲۴.۳۰۲		۱۴۰	۱۰.۹۷۹	۱۸.۹۷۳	۱۸.۴۷۸	۱۷.۸۶۲	۷۴
۱۸.۲۵۳	۲۵.۵۹۵	۲۵.۰۷۴	۲۴.۴۶۷		۱۴۳	۱۱.۵۱۷	۱۹.۳۸۹	۱۸.۹۴۷	۱۸.۳۳۱	۷۷
۱۸.۴۶۱	۲۵.۷۶۰	۲۵.۲۳۹	۲۴.۶۰۶		۱۴۶	۱۲.۱۱۶	۱۹.۹۲۸	۱۹.۴۰۷	۱۸.۸۶۰	۸۰
۱۸.۵۸۲	۲۵.۸۷۳	۲۵.۳۳۵	۲۴.۷۱۹		۱۴۹	۱۲.۶۹۸	۲۰.۲۷۵	۱۹.۸۰۶	۱۹.۱۶۴	۸۳
۱۸.۶۹۵	۲۶.۰۳۸	۲۵.۵۰۰	۲۴.۹۱۰		۱۵۲	۱۳.۲۳۶	۲۰.۶۹۱	۲۰.۲۲۳	۱۹.۵۶۳	۸۶
۱۸.۸۳۴	۲۶.۱۵۱	۲۵.۶۳۹	۲۵.۰۲۲		۱۵۵	۱۳.۷۴۸	۲۱.۰۹۱	۲۰.۶۱۳	۱۸.۹۳۶	۸۹
۱۸.۹۵۶	۲۶.۲۷۲	۲۵.۷۷۷	۲۵.۱۸۷		۱۵۸	۱۴.۱۲۱	۲۱.۳۹۴	۲۰.۹۱۷	۲۰.۲۳۱	۹۲
۱۹.۰۹۴	۲۶.۳۸۵	۲۵.۸۷۳	۲۵.۳۰۰		۱۶۱	۱۴.۶۳۳	۲۱.۷۴۲	۲۱.۳۳۴	۲۰.۵۸۷	۹۵
۱۹.۱۸۱	۲۶.۵۰۷	۲۶.۰۱۲	۲۵.۴۲۲		۱۶۴	۱۴.۹۹۸	۲۲.۱۱۵	۲۱.۵۹۴	۲۰.۹۰۸	۹۸
۱۹.۲۷۷	۲۶.۵۹۳	۲۶.۰۹۹	۲۵.۵۶۰		۱۶۷	۱۵.۳۰۲	۲۲.۴۷۹	۲۱.۹۴۱	۲۱.۲۳۸	۱۰۱
۱۹.۴۱۶	۲۶.۶۸۹	۲۶.۱۹۴	۲۵.۶۷۳		۱۷۰	۱۵.۶۷۵	۲۲.۷۶۶	۲۲.۲۸۸	۲۱.۵۳۳	۱۰۴
۱۹.۴۸۵	۲۶.۸۰۲	۲۶.۲۹۰	۲۵.۷۸۶		۱۷۳	۱۵.۹۰۹	۲۳.۰۴۳	۲۲.۵۹۲	۲۱.۸۸۹	۱۰۷
۱۹.۵۸۰	۲۶.۸۹۷	۲۶.۴۰۲	۲۵.۹۲۵		۱۷۶	۱۶.۱۸۷	۲۳.۳۶۵	۲۲.۸۰۰	۲۲.۱۸۴	۱۱۰
۱۹.۶۷۶	۲۷.۰۱۹	۲۶.۵۴۱	۲۶.۰۲۰		۱۷۹	۱۶.۴۲۱	۲۳.۵۷۳	۲۳.۰۷۸	۲۲.۳۹۳	۱۱۳
						۱۶.۶۷۳	۲۳.۸۵۱	۲۳.۳۳۹	۲۲.۳۲۷	۱۱۶

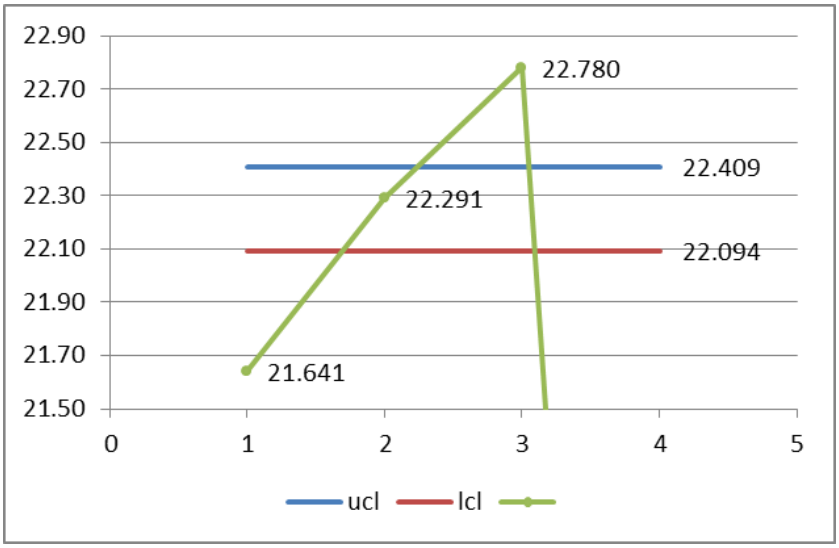
آماره را با استفاده از معادلات (۶) و (۱۵) و (۱۷) و (۲۲) محاسبه‌شده که به‌طور خلاصه در جدول ۸ قابل‌مشاهده است:

جدول ۸ آماره محاسبه‌شده برای ۴ نمونه

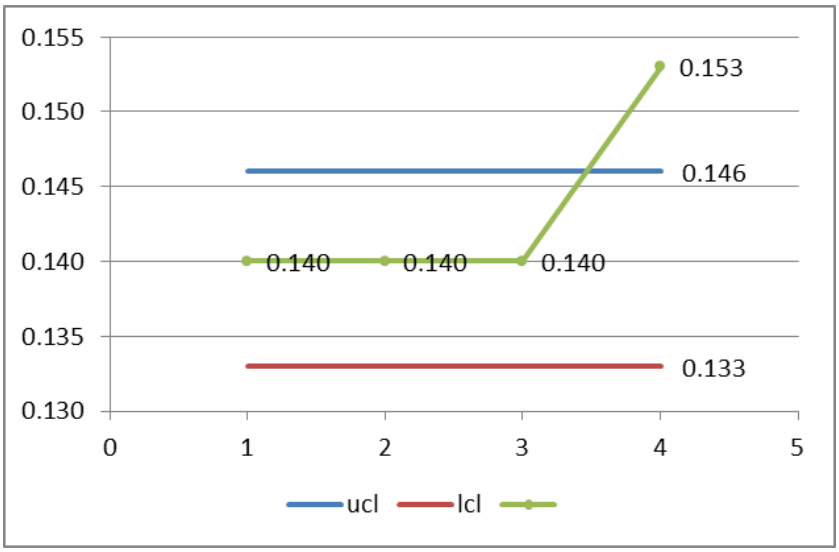
j	۱	۲	۳	۴
$\hat{B}_{0j}$	۲۱.۶۴۱	۲۲.۲۹۱	۲۲.۷۸۰	۱۵.۲۷۱
$EWMA_0(j)$	۲۲.۱۳۰	۲۲.۱۶۲	۲۲.۲۸۶	۲۰.۸۸۳
$\hat{B}_{1j}$	۰.۱۴۰	۰.۱۴۰	۰.۱۴۰	۰.۱۵۳
$EWMA_1(j)$	۰.۱۴۰	۰.۱۴۰	۰.۱۴۰	۰.۱۴۲
$\hat{B}_{2j}$	−۰.۰۰۷	−۰.۰۰۷	−۰.۰۰۷	−۰.۰۰۹
$EWMA_2(j)$	−۰.۰۰۷	−۰.۰۰۷	−۰.۰۰۷	−۰.۰۰۷
MSE_j	۰.۴۸۹	۰.۱۰۲	۰.۳۹۲	۴۹.۰۷۴
$EWMA_E(j)$	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۰.۰۰۰	۹.۶۱۵

جدول ۸ نشان می‌دهد که تنها نمونه دوم در حدود کنترل قرارگرفته است و سایر نمونه‌ها خارج از حدود کنترل می‌باشد.

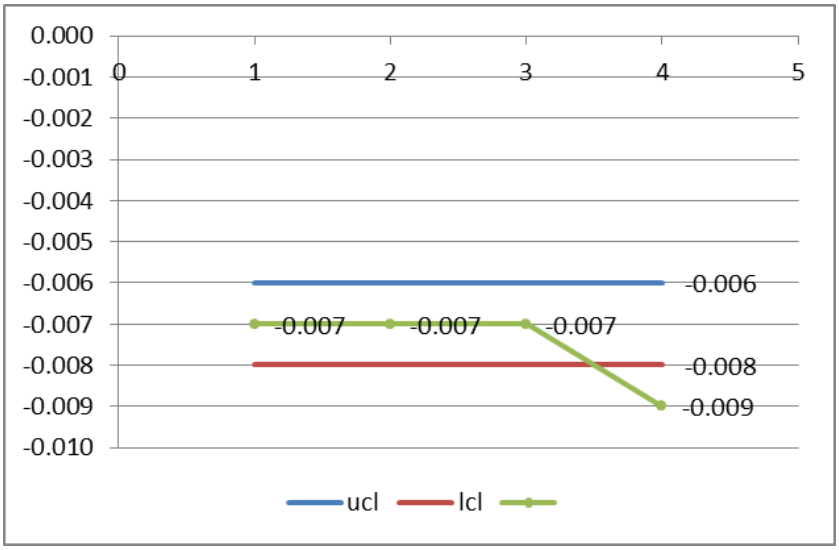
به‌منظور بررسی رفتار ضرایب متعامد در ناحیه تکمیل پخت، نمودارهای کنترل EWMA مربوط به ضرایب B_0، B_1 و B_2 به‌ترتیب در شکل‌های ۶، ۷ و ۸ ارائه‌شده‌اند.



شکل ۶ نمودار کنترل EWMA برای ضریب متعامد B_0 در ناحیه تکمیل پخت



شکل ۷ نمودار کنترل EWMA برای ضریب متعامد B_1 در ناحیه تکمیل پخت



شکل ۸ نمودار کنترل EWMA برای ضریب متعامد B_2 در ناحیه تکمیل پخت

نتایج حاصل از جداول ۳ و ۷ نشان داد که تنها نمونه دوم در حدود کنترل قرارگرفته است و دارای کیفیت مناسب می‌باشد. پیش‌ازاین نمونه‌های ۱ و ۳ نیز از طرف واحد آزمایشگاه تأیید می‌شدند.

نتایج این بخش نشان داد که روش پیشنهادی قادر است تغییرات کوچک در شکل منحنی پخت را شناسایی کند. در برخی موارد، نمونه‌هایی که از دیدگاه شاخص‌های سنتی نظیر T_2 و T_{90} قابل‌قبول به نظر می‌رسند، در تحلیل پروفایل از حدود کنترل خارج شده‌اند. این موضوع بیانگر آن است که استفاده از کل پروفایل اطلاعات جامع‌تری نسبت به روش‌های متداول فراهم می‌کند.

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، کاربرد پروفایل‌های چندجمله‌ای متعامد در تحلیل نمودار رئومتر و پایش کیفیت فرآیند پخت در صنعت لاستیک موردبررسی قرار گرفت. در روش‌های متداول کنترل کیفیت، ارزیابی وضعیت پخت آمیزه‌های لاستیکی عمدتاً بر اساس چند نقطه شاخص از منحنی رئومتر، نظیر زمان شروع پخت و زمان تکمیل پخت، انجام می‌شود، درحالی‌که بخش قابل‌توجهی از اطلاعات موجود در کل منحنی نادیده گرفته می‌شود. ازاین‌رو، استفاده از روش‌های مبتنی بر پروفایل می‌تواند امکان بهره‌گیری از تمامی اطلاعات موجود در منحنی پخت را فراهم کرده و مبنای دقیق‌تری برای تصمیم‌گیری در کنترل کیفیت ارائه دهد. در این مطالعه، منحنی رئومتر به‌عنوان یک پروفایل غیرخطی در نظر گرفته شد و با استفاده از مدل‌های چندجمله‌ای متعامد، کل رفتار فرآیند پخت مدل‌سازی و تحلیل گردید. تبدیل مدل چندجمله‌ای معمولی به فرم متعامد موجب کاهش همبستگی میان ضرایب مدل و فراهم شدن امکان بررسی مستقل پارامترهای فرآیند شد. همچنین، استفاده از نمودارهای کنترل EWMA برای پایش ضرایب برآوردشده، امکان شناسایی تغییرات احتمالی و انحراف از شرایط تحت کنترل را فراهم ساخت. نتایج حاصل از تحلیل نمونه‌های آزمایشی نشان داد که در ناحیه آغاز پخت، از میان چهار نمونه موردبررسی، دو نمونه در محدوده کنترل و دو نمونه خارج از حدود کنترل قرار گرفتند. همچنین، در ناحیه تکمیل پخت، تنها یک نمونه در محدوده کنترل قرار داشت و سه نمونه به‌عنوان خارج از کنترل شناسایی شدند. افزون بر این، روش پیشنهادی توانست برخی انحرافات را که بر اساس شاخص‌های متداول رئومتر قابل‌تشخیص نبودند، از طریق تحلیل کل پروفایل شناسایی کند. این یافته‌ها بیانگر حساسیت بالاتر روش پیشنهادی در تشخیص تغییرات فرآیند نسبت به رویکردهای مبتنی بر شاخص‌های گسسته است. از دیدگاه صنعتی، روش ارائه‌شده می‌تواند به‌عنوان ابزاری مناسب برای پایش کیفیت فرآیند پخت، ارزیابی عملکرد دستگاه رئومتر و بررسی وضعیت کالیبراسیون آن مورداستفاده قرار گیرد. به‌کارگیری این رویکرد، ضمن افزایش قابلیت اطمینان نتایج کنترل کیفیت، می‌تواند منجر به کاهش هزینه‌های ناشی از آزمون‌های تکراری و کالیبراسیون غیرضروری تجهیزات شده و درنهایت به بهبود کیفیت محصولات لاستیکی کمک کند. باوجود نتایج رضایت‌بخش حاصل از روش پیشنهادی، این پژوهش با محدودیت‌هایی نیز همراه است. در این مطالعه، اعتبارسنجی روش بر اساس داده‌های رئومتر مربوط به یک فرآیند پخت و در شرایط عملیاتی مشخص انجام شد؛ بنابراین، تعمیم نتایج به سایر انواع آمیزه‌های لاستیکی، فرمولاسیون‌های مختلف و شرایط عملیاتی متفاوت، نیازمند بررسی‌های تکمیلی است. همچنین، با توجه به تنوع فرآیندهای تولید در صنعت لاستیک، ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی بر روی مجموعه‌داده‌های گسترده‌تر می‌تواند شواهد جامع‌تری از قابلیت اطمینان و تعمیم‌پذیری آن ارائه دهد. ازاین‌رو، پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آینده، روش پیشنهادی بر روی‌داده‌های حاصل از انواع مختلف آمیزه‌های لاستیکی و خطوط تولید گوناگون مورد ارزیابی قرار گیرد. همچنین، مقایسه عملکرد این روش با سایر روش‌های نوین پایش پروفایل و بررسی امکان توسعه آن برای پایش برخط[1] و تشخیص زودهنگام انحرافات فرآیند، می‌تواند زمینه را برای کاربرد گسترده‌تر آن در کنترل کیفیت هوشمند فرآیندهای پخت لاستیک فراهم سازد.

مراجع

[1] Gómez-Jimenez S, Saucedo-Anaya T, Lopez-Baltazar EA, Robles-Guerrero A. Automated identification of kinetics model in elastomer vulcanization using a rheometer MDR and Rubber-K pattern recognition software. Results in Materials. 2024;21:100516. https://doi.org/10.1016/j.rinma.2023.100516

[1] Online Monitoring

[2] Fuchs C, Kenett RS. Multivariate quality control: theory and applications: Chapman and Hall/CRC, 1998. https://doi.org/10.1201/9781482273731

[3] Dharmaraj MM, Begum SS, Chakraborty BC. A study on nitrile rubber/polyvinyl chloride blend vulcanization kinetics with different fillers by using single isothermal rheograph. Journal of Elastomers & Plastics. 2023;55:896-916. https://doi.org/10.1177/00952443231188925

[4] Urrego W, Guzmán Sánchez MA, Giraldo DH, Posada Correa JC, Rodriguez Ledezma CM. Comparative study of three vulcanization kinetic models for natural rubber/leather wastes composites. Journal of Elastomers & Plastics. 2023;55:677-92. https://doi.org/10.1177/00952443231167521

[5] Lubura J, Kojić P, Pavličević J, Ikonić B, Balaban D, Bera O. A novel approach for simulation and optimization of rubber vulcanization. Polymers. 2023;15:1750. https://doi.org/10.3390/polym15071750

[6] Ramini M, Agnelli S. Monitoring of shear heating effects during injection molding of rubber to improve the process control. Polymer Bulletin. 2023;80:6707-23. https://doi.org/10.1007/s00289-022-04376-y

[7] Woodall WH, Spitzner DJ, Montgomery DC, Gupta S. Using control charts to monitor process and product quality profiles. Journal of Quality Technology. 2004;36:309-20. https://doi.org/10.1080/00224065.2004.11980276

[8] Song L, He S, Wang Z, He Z. Dynamic monitoring of polynomial profiles with attribute responses and between-profile correlation. IISE Transactions. 2024;56:870-85. https://doi.org/10.1080/24725854.2023.2249050

[9] Naeem N, Ali S, Shah I. Functional EWMA control chart for phase II profile monitoring. Journal of Statistical Computation and Simulation. 2025;95:96-116. https://doi.org/10.1080/00949655.2024.2419864

[10] Golmohammadi A-M, Shahabi A, Shojaee M, Hajizadeh Ebrahimi F, Abedsoltan H. Enhancing Project Schedule Monitoring: Application of CUSUM and EWMA Memory Control Charts in Earned Schedule Method. Advances in Industrial Engineering. 2025;59:241-55.

[11] Ding N, He Z, He S. Pointwise profile monitoring considering covariates based on Gaussian process. Computers & Industrial Engineering. 2024;194:110348. https://doi.org/10.1016/j.cie.2024.110348

[12] Huwang L, Yeh AB, Wang Y-W. A new phase II change-point detection based EWMA chart for monitoring and diagnostics of linear profiles. Quality Technology & Quantitative Management. 2024;21:805-49. https://doi.org/10.1080/16843703.2023.2247714

[13] Abbasi SA, Yeganeh A, Shongwe SC. Monitoring non-parametric profiles using adaptive EWMA control chart. Scientific reports. 2022;12:14336. https://doi.org/10.1038/s41598-022-18381-8

[14] Kang L, Albin SL. On-line monitoring when the process yields a linear profile. Journal of Quality Technology. 2000;32:418-26. https://doi.org/10.1080/00224065.2000.11980027

[15] Kazemzadeh R, Noorossana R, Amiri A. Monitoring polynomial profiles in quality control applications. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2009;42:703-12. https://doi.org/10.1007/s00170-008-1633-z

[16] NOUR AR, Amiri A. Enhancement of linear profiles monitoring in phase II. 2007.

[17] Montgomery DC. Introduction to statistical quality control: John wiley & sons, 2020.

[18] Crowder SV, Hamilton MD. An EWMA for monitoring a process standard deviation. Journal of Quality Technology. 1992;24:12-21. https://doi.org/10.1080/00224065.1992.11979369